

Anthr.

154

c

Anthr. 154^c

Zeising

Went to bl. off
Muf

Das
Normalverhältniss
der
chemischen und morphologischen
Proportionen.

Leipzig,
Rudolph Weigel.
1856.

Das

Normalverhältnis

der

„Du hast Alles geordnet mit Maass, Zahl und Gewicht.“
Buch der Weisheit 11, 22.

Ὁ Θεὸς γεωμετεῖ.

Plato.

Proportionen

Das
Normalverhältniss

der

chemischen und morphologischen

Proportionen.

Von

Adolf Zeising.

Inhalt.

1. Das Verhältniss in seiner universellen Bedeutung für alle Naturwissenschaften.
2. Das Verhältniss in seiner speciellen Bedeutung für die Chemie.

Leipzig,

Rudolph Weigel.

1856.

36 = 1/2

Das

Normalverhältniss

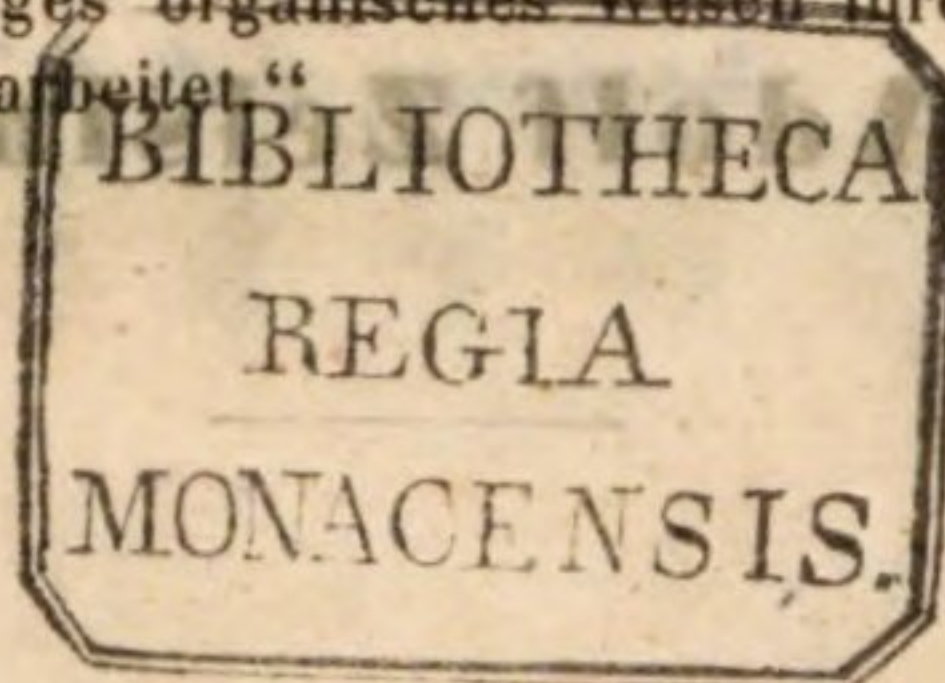
der

chemischen und morphologischen

Proportionen.

„An der Ausgleichung der Gegensätze hat die Erde, langsam dem Ziele zusteuern, seit der Zeit ihrer Kindheit, als noch kein einziges organisches Wesen ihre Oberfläche bewohnte, mit Erfolg gearbeitet.“

Burmeister.



Inhalt.

1. Das Verhältniss in seiner universellen Bedeutung für alle Naturwissenschaften.
2. Das Verhältniss in seiner speciellen Bedeutung für die Chemie.

Leipzig,

Rudolph Weigel.

1856.

VORWORT.

Die vorliegende Schrift kann bei ihrem geringen Umfange selbstverständlich nur den Zweck haben, einerseits dasjenige, was über die Bedeutung des in ihr behandelten mathematischen Verhältnisses als bereits sicher gestellt zu betrachten ist, in einem kurzen Ueberblick zu resumiren, andererseits auf neue Gebiete aufmerksam zu machen, in denen das Verhältniss gleichfalls das maass- und formbestimmende zu sein scheint. In erster Beziehung verzichtet sie daher auf eine Berücksichtigung der Specialitäten und Beibringung der Belege und verweist in diesem Betracht auf meine früher darüber veröffentlichten Schriften und Abhandlungen, namentlich auf meine „Proportionslehre“ und meine „Aesthetischen Forschungen“. In letzter Beziehung begnügt sie sich, die Wichtigkeit des Verhältnisses an einer Anzahl mehr oder minder dafür zeugender Thatsachen nachzuweisen und hiedurch die Vertreter der einzelnen Wissenschaften zu einer gründlichen Prüfung und specielleren Verfolgung der Sache anzuregen.

Da die Frage, um die es sich hier handelt, die gesammte Anthropologie, namentlich die Anatomie, Physiologie und Ethnographie, ferner die Zoologie, Botanik und Mineralogie, die Geographie und Astronomie, die Mathematik, Physik und Chemie, kurz alle Gebiete der Naturwissenschaft, und nicht minder die gesammte Aesthetik, namentlich die Theorie und Praxis der Baukunst, Bildhauerkunst und Malerei, der Musik, Poesie und Mimik berührt, so liegt es in der Natur der Sache, dass es dem Einzelnen schlechthin unmöglich ist, den Gegenstand nach allen Seiten und Richtungen hin erschöpfend zu behandeln; vielmehr müssen sich daran sämmtliche einzelne Wissenschaften, jede in ihrer Weise, betheiligen. Aber gerade weil der Gegenstand von so universellem Interesse ist, bedarf er auch einer zusammenfassenden Behandlung, und diese dürfte vielleicht geeignet sein, nach und nach eine Wissenschaft begründen zu

helfen, die am treffendsten mit dem Namen einer „Vergleichenden Naturwissenschaft“ zu bezeichnen — und weil einerseits in der Empirie, andererseits in der Mathematik wurzelnd und mit beiden fortschreitend — zumeist berufen sein möchte, an die Stelle der aprioristischen Naturphilosophie zu treten. Dass eine solche Wissenschaft, welche die verschiedenen Erscheinungen der Natur nicht bloss in ihrer Vereinzelung, sondern auch in ihrem Zusammenhange und von Seiten ihres analogen Verhaltens betrachtet, ohne sich doch in die luftige Sphäre rein abstracter, übersinnlicher Begriffe zu verlieren, selbst im Interesse der Einzelwissenschaften nothwendig ist, wird Niemand leugnen können. Sie ist aber nicht bloss ein pium desiderium, sondern auch möglich. Alle Erscheinungen, welche die einzelnen Naturwissenschaften beschäftigen, haben das Gemeinsame, dass sie in Raum und Zeit existiren, und dass sich ihre eigenthümlichen Eigenschaften, die stofflichen wie die formellen und dynamischen, in Zahl- Maass- und Gewichts-, oder, mit einem Wort, in Quantitätsverhältnissen kund geben. Von dieser Seite lassen also die Objecte sämmtlicher exacten Wissenschaften eine vergleichende Betrachtung zu; sofern sich aber eine Betrachtung der Dinge nach ihrem Grössenverhältniss nothwendig auf die exacteste aller Wissenschaften, die Mathematik, stützen muss, ist hier von vornherein jeder Phantastik, jeder Phrase die Möglichkeit eines dauernden Erfolgs abgeschnitten. Irrungen freilich sind, wie überall, so auch hier möglich; jedoch, da sie sich durch Messung, Wägung und Berechnung controlliren lassen, nicht gefährlich.

Ich glaube daher, indem ich zum allmäligen Aufbau einer solchen Wissenschaft hiemit einiges Material beisteuere, auf eine freundliche Aufnahme desselben von Seiten aller Derer rechnen zu dürfen, welche die Welt trotz der Verschiedenartigkeit ihrer Erscheinungen als ein harmonisches, gesetzmässig construirtes Ganzes ansehen und der Ansicht Alexander's von Humboldt beistimmen, wenn er sagt: „Das wichtigste Resultat des sinnigen physischen Forschens ist dieses: in der Mannigfaltigkeit die Einheit zu erkennen.“

I N H A L T.

A. Vorbericht über das Verhältniss des goldnen Schnitts nach seiner universellen Bedeutung.

	Seite
I. Allgemeine Vorzüge des Verhältnisses	4
II. Anwendungen des Verhältnisses in Natur und Kunst	16
1. In Beziehung auf die menschliche Gestalt.	—
2. In Beziehung auf das Skelet, das Gehirn und andere innere Organe des menschlichen Körpers	26
3. In Beziehung auf den Bau der Thiere.	32
4. In Beziehung auf den Bau der Pflanzen	34
5. In Beziehung auf die Formen der Krystalle	48
6. In Beziehung auf die chemische Mischung der Sub- stanzen	40
7. In Beziehung auf die Akustik und die harmonische Verbindung der Töne	41
8. In Beziehung auf das Planetensystem	45
9. In Beziehung auf die Gestaltung der Erdoberfläche	48
10. In Beziehung auf die Architektur und verwandte Künste.	50
11. In Beziehung auf Erscheinungen im Gebiet der Poesie, Sprache, Wissenschaft, Ethik u. s. w.	56

B. Das Verhältniss des goldnen Schnitts als Normalverhält- niss der chemischen Proportionen.

I. Bedeutung des Verhältnisses im Gebiet der organischen Sub- stanzen	59
II. Bedeutung des Verhältnisses im Gebiet der anorganischen Stoffe	98

dringenden morphologischen Gesetze unterliegt und mit jenen vollstän-
digen historischen Ueberblick des heutigen Systems. Herausg. von Prof.
Dr. A. Zerning. Mit 175 Abbildungen. Leipzig, Verlag von W. Engel, 1884.

INHALT

	A. Vorbericht über das Verhältniss des goldenen Schnitts nach seiner universellen Bedeutung	
4	I. Allgemeine Vorzüge des Verhältnisses	
16	II. Anwendungen des Verhältnisses in Natur und Kunst	
17	1. In Beziehung auf die menschliche Gestalt	
26	2. In Beziehung auf das Skelet, das Gehirn und andere innere Organe des menschlichen Körpers	
32	3. In Beziehung auf den Bau der Thiere	
34	4. In Beziehung auf den Bau der Pflanzen	
42	5. In Beziehung auf die Formen der Krystalle	
43	6. In Beziehung auf die chemische Mischung der Substanzen	
40	7. In Beziehung auf die Akustik und die harmonische Verbindung der Töne	
41	8. In Beziehung auf das Planetensystem	
45	9. In Beziehung auf die Gestaltung der Erdoberfläche	
48	10. In Beziehung auf die Architektur und verwandte Künste	
50	11. In Beziehung auf Erscheinungen im Gebiet der Poesie, Sprache, Wissenschaft, Politik u. s. w.	
50	B. Das Verhältniss des goldenen Schnitts als Normativverhältniss der chemischen Proportionen	
52	I. Bedeutung des Verhältnisses im Gebiet der organischen Substanzen	
52	II. Bedeutung des Verhältnisses im Gebiet der anorganischen Stoffe	

Vorbericht

über das Verhältniss des goldnen Schnitts

nach

seiner universellen Bedeutung.

§. 1.

Das Verhältniss des goldnen Schnitts, von welchem in dieser Schrift die Rede sein wird und welches, wie ich in meiner „Proportionslehre“ *) ausführlich nachgewiesen und belegt habe und hier kurz zusammenfassen will, dasjenige Verhältniss ist, welches der ganzen Gliederung der Menschengestalt, dem Bau der edleren Thiere, der Construction der Pflanzen, namentlich in Betreff der Blattstellung, den Formen verschiedener Krystalle, der Anordnung des Planetensystems, den Proportionen der anerkannt schönsten architektonischen und plastischen Kunstwerke, den befriedigendsten Accorden der musikalischen Harmonie und so noch andern Erscheinungen in Natur und Kunst als Normalverhältniss zum Grunde liegt, beruht auf der Theilung einer als Ganzes gegebenen Grösse in zwei ungleiche Theile, dergestalt,

*) Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers, aus einem bisher unerkannt gebliebenen, die ganze Natur und Kunst durchdringenden morphologischen Grundgesetze entwickelt und mit einer vollständigen historischen Uebersicht der bisherigen Systeme begleitet von Prof. Dr. A. Zeising. Mit 177 in den Text gedruckten Holzschnitten. Leipzig, Rudolph Weigel. 1854.

dass sich der kleinere Theil (Minor) zum grösseren Theil (Major) ebenso verhält, wie der grössere Theil zum Ganzen d. h. zur Summe beider Theile.

§. 2.

Um eine gegebene Linie nach diesem Verhältniss zu theilen, braucht man nur eine zweite Linie, gleich der Hälfte derselben, als Kathete anzusetzen, dann die Hypotenuse zu ziehen und hierauf die Hälfte der zuerst gegebenen Linie auf der Hypotenuse abzutragen; alsdann ist der Rest der Hypotenuse der gesuchte Major der gegebenen Linie; der Minor aber ist gleich dem Rest, welchen man durch Abzug des Majors von der gegebenen gewinnt.

§. 3.

Gilt es, eine als Ganzes gegebene Zahl nach demselben Verhältniss zu theilen, so erhebe man erst sie selbst, dann ihre Hälfte auf das Quadrat, zähle beide Quadrate zusammen und ziehe von der Quadratwurzel dieser Summe die Hälfte der gegebenen Zahl ab; alsdann ist der Rest der gesuchte Major und die Differenz zwischen diesem Major und der als Ganzes gegebenen Zahl der gesuchte Minor.

Anm. Es ist mithin, wenn man den Werth des Ganzen durch T, den Major durch M, den Minor durch m bezeichnet:

$$M = \sqrt{\left(T^2 + \frac{T^2}{4}\right)} - \frac{T}{2}, \text{ was } = T (2 \sin. 18^\circ) \text{ ist;}$$

oder kürzer:

$$M = T \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) = T \left(\frac{2,236... - 1}{2} \right) = T (0,618...);$$

dagegen $m = T - M$.

§. 4.

Nimmt man als Ganzes die Zahl Eins in der Form von 1000 Tausendstel an, so kommen hienach auf den Major 618,0339..., und auf den Minor 381,9660... Tausendstel. Soll der Major 618,03... als Ganzes genommen und nach demselben

Verhältniss getheilt werden, so hat man nach der Natur des Verhältnisses, ohne dass eine weitere Berechnung nöthig wäre, in dem früheren Minor 381,96... den Major, und in der Differenz des Minors und Majors $= 236,06...$ den Minor desselben. Ganz ebenso gewinnt man auch die Proportionaltheile des ersten Minor als die Zahlen 236,06... und 145,89...; und so kann man überhaupt — vorausgesetzt dass die erste Theilung hinlänglich genau war — den Zahlenwerth aller nur möglichen Unterabtheilungen ganz bequem dadurch erhalten, dass man jedesmal den zuletzt gewonnenen Minor vom zuletzt gewonnenen Major abzieht. Demgemäss geht aus der Zahl 1000 in Folge consequent fortgesetzter Theilung und Untereintheilung folgende proportionale Zahlenreihe hervor:

1000,0... : 618,03... : 381,96... : 236,06... : 145,89... : 90,16... :

55,72... : 34,44... : 21,28... : 13,15... : 8,13... : 5,02... : 3,10... :

1,91... : 1,18... : 0,73... : 0,45... u. s. w.,

in welcher zwischen allen zunächst zusammenliegenden Gliedern mit ganz minutiösen Schwankungen ein und dasselbe Verhältniss, nämlich $1000 : 618...$ oder $1 : 0,618...$ besteht, dergestalt, dass immer drei zusammen eine stetige geometrische Proportion bilden, in welcher das erste Glied das Ganze, d. h. die Summe der beiden folgenden, das zweite der Major und das dritte der Minor ist, z. B. $1000 : 618 = 618 : 381$ —, $618 : 381 = 381 : 236$ u. s. w.

§. 5.

Aus dem Umstande, dass Major und Minor aus der Quadratwurzel von 5 gewonnen werden, ist ersichtlich, dass beide Theile trotz ihrer Bestimmtheit stets einen irrationalen, unendlichen Bruch des Ganzen bilden, dass sie sich mithin in Zahlen, so wie überhaupt in endlichen Grössen nie ganz genau ausdrücken lassen und dass folglich bei jedem Ausdruck derselben entweder der Major um ein Weniges zu klein und der Minor zu gross, oder umgekehrt der Major zu gross und der Minor zu klein ausfällt. Das Verhältniss ist insofern ein ideales; eine

wenn auch noch so geringe Abweichung nach der einen oder der andern Seite hin ist mithin in der realen Welt geradezu unvermeidlich und die mehr oder minder vollkommene Realisation dieses Verhältnisses kann daher stets nur in einer mehr oder minder vollkommenen Annäherung an dasselbe bestehen. Die wissenschaftliche und praktische Brauchbarkeit desselben wird jedoch hiedurch nicht im Mindesten geschwächt: denn einerseits lässt sich dem reinen Werth des Verhältnisses bis auf völlig minutiöse Bruchtheile nahe kommen, andererseits bedarf es dessen kaum, da schon so einfache Verhältnisse wie $3:5$ und $5:8$ so wenig von ihm und unter sich differiren, dass sie von der sinnlichen Wahrnehmung nur noch als feine Modificationen eines und desselben Verhältnisses empfunden werden. Wichtig aber ist die Idealität des Verhältnisses insofern, als daraus für Natur und Kunst nicht bloss die Möglichkeit, sondern die Nothwendigkeit entspringt, es nach zwei verschiedenen Seiten hin und in verschiedenen Graden der Vollkommenheit auszubilden, und unten wird sich zeigen, dass hierauf gerade die wesentlichsten Unterschiede in den Verhältnissen der Erscheinungen, z. B. die Differenzen der männlichen und weiblichen Gestalt, des Dur- und Mollaccords u. s. w. beruhen.

§. 6.

Um nun über das Wesen und die vielseitige Wichtigkeit dieses Verhältnisses einen Ueberblick zu geben, lasse ich hier zunächst eine kurze Darlegung seiner allgemeinen Vorzüge, sodann aber eine gedrängte Zusammenstellung der wichtigsten speciellen Anwendungen folgen, welche Natur und Kunst in den verschiedensten Gebieten von ihm gemacht haben.

Allgemeine Vorzüge des Verhältnisses.

§. 7.

Unter allen denkbaren Grössenverhältnissen stellt sich das Verhältniss des goldnen Schnitts, auch wenn von der vielseitigen

Anwendung desselben abgesehen wird, als das vollkommenste dar. Die wichtigsten Gründe hiefür sind folgende:

A. Es vereinigt in sich, wie aus den obigen Andeutungen erhellt, mit der grösstmöglichen Bestimmtheit und Realisirbarkeit die vollkommenste Unendlichkeit und Idealität.

B. Es geht aus ihm eine Proportion hervor, welche nicht nur alle Vorzüge einer stetigen Proportion besitzt, sondern jede andere stetige Proportion darin übertrifft, dass eins ihrer Glieder zugleich die Summe der beiden übrigen ist, dass sie mithin eine Gleichheit und Continuität der Verhältnisse zwischen dem Ganzen und seinen Theilen herstellt.

C. Diese Proportion entspricht daher auf das Vollkommenste dem Begriff der Proportionalität überhaupt: denn es ist stets und allgemein anerkannt, dass das Wesen der Proportionalität auf einer Uebereinstimmung der Verhältnisse beruht, in welchen die Theile eines Ganzen einerseits zu einander, andererseits zum Ganzen stehen. Diese Bedingung wird aber einzig und allein durch dieses Verhältniss, in welchem wirklich das Verhältniss zwischen den beiden Theilen dasselbe ist wie das zwischen dem grösseren Theil und dem Ganzen, erfüllt, und kann durch kein anderes Verhältniss erfüllt werden.

§. 8.

D. Kein anderes Verhältniss ist einer in so einfacher Weise zu bewerkstellenden consequenten Fortsetzung nach beiden Seiten hin fähig: denn es lassen sich aus den ursprünglich gewonnenen Gliedern nicht nur, wie oben gezeigt ist, abwärts durch Subtraction, sondern auch aufwärts durch Addition derselben stets neue Glieder gewinnen, zwischen denen dasselbe Verhältniss besteht, wie zwischen den beiden ursprünglichen Gliedern. In einem nach diesem Verhältniss consequent eingetheilten Ganzen steht also jedes Glied nicht nur mit dem Ganzen durch mehr oder weniger Zwischenglieder in einem stetigen proportionalen

Zusammenhänge, sondern auch mit jedem seiner Nachbarglieder in dem einfachen Verhältnisse gegenseitiger Ergänzung, und ausserdem — was besonders interessant und wichtig ist — mit jedem der ihm fernerliegenden Glieder in derjenigen Potenz des ursprünglichen Verhältnisses, deren Exponent mit der Ziffer, welche die Entfernung der Glieder ausdrückt, gleichnamig ist.

Anm. Nimmt man als das ursprüngliche Verhältniss das Verhältniss $1000 : 618...$ an, so entwickelt sich daraus nicht nur abwärts die Reihe $1000 : 618... : 381... : 236... : 145...$ u. s. w., sondern auch aufwärts die Reihe: $1000 : 1618... : 2618... : 4236... : 6854...$ u. s. w., in welchen Reihen jedes Glied nicht nur das mittlere Proportionalglied zwischen dem nächstvorangehenden und dem nächstfolgenden Gliede, sondern auch die Differenz der beiden nächsthöheren und die Summe der beiden nächstniedereren Glieder ist. — Zu jedem zweitfolgenden Gliede hingegen steht jedes Glied der Reihe in demselben Verhältnisse, welches zwischen den Quadraten, also den auf die zweite Potenz erhobenen Zahlenwerthen der nächstzusammenliegenden Glieder Statt findet, d. h. der Minor verhält sich zur Summe des Minors und Majors wie der Minor im Quadrat zum Major im Quadrat, oder umgekehrt: $m^2 : M^2 = m : (m + M)$, z. B. $1000^2 : 1618^2... = 1000 : 2618...$; oder in absteigender Ordnung $1000^2 : 618^2... = 1000 : 381...$ — Zum drittfolgenden Gliede hingegen steht jedes Glied in dem nämlichen Verhältnisse, welches zwischen den Kubikzahlen oder den auf die dritte Potenz erhobenen Werthen der nächstzusammenliegenden Glieder besteht, d. h. der Minor verhält sich zur Summe des Majors und des Ganzen, wie der Minor im Kubus zum Major im Kubus, d. i. $m : (M + m + M) = m^3 : M^3$, oder umgekehrt $m^3 : M^3 = m : (m + 2 M)$, z. B. $1000^3 : 1618^3 = 1000 : 4236...$, oder abwärts: $1000^3 : 618^3 =$

1000 : 236... — Die Ziffer der Potenz ist also hier stets mit der Ziffer, welche die Entfernung der Glieder bezeichnet, gleichlautend. Man kann daher den Satz allgemein so ausdrücken: $A_0 : A_0 + n = A_0^n : A_0 + 1^n$. Die Beweise für diese bisher unbekannten und für die Anwendung des Verhältnisses auf Flächen und Körper wichtigen Sätze habe ich in Dingler's „Polytechnischem Journal“ (I. Aprilheft 1856) gegeben. Die Anwendung siehe in der hier gegebenen Abhandlung über die chemischen Proportionen.

§. 9.

E. Das Verhältniss des goldnen Schnitts erweist sich zugleich als die vollkommenste Vermittlung und Ausgleichung aller übrigen denkbaren Verhältnisse und stellt sich damit als das naturgemässe allgemeine Durchschnitts- und Normalverhältniss heraus.

Anm. Dies ist von grosser Wichtigkeit für alle Wissenschaften, die es irgendwie mit Feststellung von Verhältnissen zu thun haben; darum will ich hierauf ein wenig näher eingehen, um so mehr, als dieser Punkt in meiner Proportionslehre noch nicht hinlänglich hervorgehoben ist.

Die charakteristischen Eigenschaften, durch welche sich die sinnlich wahrnehmbaren Erscheinungen von einander unterscheiden, beruhen zuletzt stets auf gewissen quantitativen Verhältnissen, die sich mit mehr oder weniger Genauigkeit durch Zahlen oder allgemeine mathematische Formeln ausdrücken lassen.

Sofern keine einzelne Erscheinung einer anderen vollkommen gleich ist, sind auch die quantitativen Verhältnisse sämtlicher Einzelercheinungen (Individuen) um irgend ein wenn auch noch so geringes Quantum von einander verschieden. Sofern aber zwischen gewissen Erscheinungen di irgend einer Beziehung ein höherer oder geringerer Grad von Aehnlichkeit besteht, findet auch zwischen ihren quan-

titativen Verhältnissen eine grössere oder geringere Uebereinstimmung Statt.

Erscheinungen, die in den wesentlichsten Beziehungen nur unbedeutend von einander abweichen, fassen wir je nach den Graden der Verwandtschaft unter Gemeinbegriffen zusammen und bezeichnen den Inbegriff derselben als Art, Gattung u. s. w. In allgemeinster Beziehung, darin nämlich, dass sie in Raum und Zeit existiren, stimmen sämtliche Erscheinungen überein. Daher lassen sich denn auch, sofern sie räumlich-zeitliche Grössen sind, sämtliche Erscheinungen als unter einander verwandt ansehen und einer vergleichenden Betrachtung unterwerfen.

Alle zu einer und derselben Art, Gattung etc. gehörigen Erscheinungen müssen sich bezüglich derjenigen Beziehungen, in welchen sie gleichartig sind, um ein ihnen gemeinsames quantitatives Verhältniss bewegen, von welchem sie sich nicht allzuweit entfernen dürfen, wenn sie nicht aus der Art schlagen, d. i. eine ihrer Art fremdartige Beschaffenheit annehmen sollen. Dieses Verhältniss ist als das Normalverhältniss der Art, Gattung etc. zu betrachten.

Sofern kein Individuum für sich allein die ganze Art ausmacht, vermag auch kein Individuum dem Normalverhältniss vollkommen und in jeder Hinsicht zu entsprechen. Jedes Individuum weicht daher mehr oder weniger vom Normalverhältniss seiner Art ab; im Bereich der realen Erscheinungen vermögen wir daher stets nur annäherungsweise übereinstimmende und trotz dieser approximativen Uebereinstimmung mehr oder minder von einander abweichende Verhältnisse anzutreffen; wenn wir daher auf dem Wege der empirischen Forschung das Normalverhältniss irgend einer Art finden wollen, müssen wir es nothwendig aus den voneinander abweichenden Verhältnissen der zu dieser Art gehörigen Individuen ableiten.

Hiebei kann man auf dreierlei Weise verfahren:

a) Man kann das Normalverhältniss von solchen Exemplaren der Gattung entnehmen, die von dem unmittelbaren Gefühl, nach den darüber herrschenden Ideen, möglichst allgemein als der Normalität vorzüglich nahekommend anerkannt werden. In diesem Falle erweist sich das Normalverhältniss als ein *ideales*.

b) Man kann es aus einer grösseren Anzahl von Exemplaren gewöhnlichen Schlags ableiten, indem man die an ihnen sich findenden verschiedenen Verhältnisse auf ein summarisches Verhältniss reducirt. In diesem Falle stellt sich das Normalverhältniss als Durchschnittsverhältniss dar.

c) Man kann es von den zumeist von einander abweichenden Exemplaren einer Gattung abstrahiren, indem man statt der beiden extremen Verhältnisse ein dazwischen liegendes, die Extreme möglichst-vollkommen ausgleichendes Verhältniss setzt. In diesem Falle erscheint das Verhältniss als ein *mittleres* Verhältniss.

Alle diese Methoden gewähren keine vollständige Befriedigung. Zwar kann man durch sie, besonders wenn sie gemeinsam angewandt werden und wenn man die eine Verfahrensweise als Probe der andern benutzt, zu Resultaten gelangen, welche der Wahrheit sehr nahe kommen; aber es haftet ihnen immer ein hoher Grad von Unsicherheit an: denn erstens ist das unmittelbare Gefühlsurtheil über Normalität und Abnormität der Erscheinungen in den meisten Fällen ein höchst schwankendes, und selbst die anerkannt-vollkommensten Erscheinungen bieten noch Abweichungen dar, ja nicht selten üben gerade diese Abweichungen auf das unmittelbare Gefühl einen solchen Reiz aus, dass man sich verführen lässt, gerade sie für das Normale anzusehen; zweitens ist die Anzahl der Einzelercheinungen, an welchen sich die Verhältnisse empirisch beobachten lassen, in Ver-

gleich mit der an sich unendlichen Gesamtzahl stets eine so kleine und verschwindende, dass das daraus resultirende Durchschnittsverhältniss stets nur von approximativer Richtigkeit sein kann und dem Zweifel Thür und Thor offen lässt; drittens endlich lässt sich auch nicht mit Sicherheit behaupten, ob die nach den bisherigen Beobachtungen zu meist differirenden Verhältnisse innerhalb einer Gattung wirklich die höchsten Grade der Abweichung ausdrücken, und mithin bleibt auch unentschieden, ob das zwischen ihnen liegende mittlere Verhältniss wirklich das die Differenzen in sich ausgleichende und als solches das wahre Normalverhältniss ist oder nicht.

Es fragt sich nun: Lässt sich über diese Unsicherheit nicht auf irgend eine Weise hinauskommen? — Auf rein-empirischem Wege nicht, wohl aber wenn man den mathematischen zu Hülfe nimmt. So gross nämlich auch immer die Verschiedenheit der Verhältnisse, die innerhalb der realen Welt möglich sind, sein möge, so kann sie doch niemals über die Verschiedenheit zweier Verhältnisse hinausgehen, welche sich a priori als die absolut höchst differirenden erkennen und in Zahlen ausdrücken lassen. Diese beiden Verhältnisse sind einerseits das Verhältniss $0 : 1$, andererseits das Verhältniss $1 : 1$ *); denn jenes Verhältniss ist das der absoluten, unendlichen Verschiedenheit, dergestalt, dass das eine Glied des Verhältnisses geradezu Nichts, das andere dagegen Eins und Alles ist; dieses Verhältniss hingegen ist das der absoluten Gleichheit, dergestalt, dass beide Glieder des Verhältnisses genau dieselbe Grösse besitzen. Zwei mehr von einander abwei-

*) Für 1 kann ich in beiden Verhältnissen jede beliebige andere Zahl setzen, z. B. $0 : 8$. An den Verhältnissen selbst, deren allgemeiner Ausdruck $0 : n$ und $n : n$ ist, wird dadurch nichts geändert.

chende Verhältnisse als diese, von denen das eine die absolute Differenz von Negation und Position, das andere die absolute Indifferenz bezeichnet, sind schlechterdings undenkbar und sie sind mithin ohne Frage die äusserstverschiedenen, extremsten Verhältnisse, welche überhaupt Statt finden können, und zwar nicht bloss zwischen den Einzelercheinungen dieser oder jener Art, sondern geradezu zwischen allen Erscheinungen. Folglich muss auch dasjenige Verhältniss, welches sich als die vollkommenste Vermittlung und Ausgleichung dieser beiden und aller aus ihnen hervorgehenden Verhältnisse ergibt, als das wirklich mittlere und Normalverhältniss nicht bloss irgend einer Art oder Gattung, sondern sämtlicher Erscheinungen angesehen werden.

§. 10.

Um dieses mittlere Verhältniss aufzufinden, kann man nur das summirende Verfahren einschlagen, muss aber mit demselben so lange fortfahren, bis die Differenz zwischen dem Gleichheitsverhältniss und Ungleichheitsverhältniss dergestalt überwunden ist, dass sie von dem zwischen ihnen liegenden Verhältniss nur noch um einen möglichst minutiösen Bruchtheil verschieden sind.

Addirt man zunächst die beiden extremsten Verhältnisse $0 : 1$ und $1 : 1$, so erhält man das Durchschnittsverhältniss $1 : 2$. Mit diesem ist die unendliche Differenz der beiden ersten Verhältnisse auf einen ganz bestimmten, endlichen Unterschied, den der Einheit und Zweiheit, reducirt, mithin bereits eine bedeutende Ausgleichung gewonnen und wir können daher dieses Verhältniss als das erste oder unterste Durchschnittsverhältniss betrachten, während alle zwischen ihm und dem Verhältniss $1 : 0$ liegenden Verhältnisse als extravagante Verhältnisse erscheinen, sofern sie sich nicht als blosse Multipla dieses oder eines der folgenden Durchschnittsverhältnisse darstellen.

Die in dem Verhältniss $1 : 2$ gewonnene Ausgleichung vermag noch nicht zu befriedigen, denn zwischen dem Verhältniss

1 : 1 und dem eben gewonnenen Durchschnittsverhältniss 1 : 2 besteht ebenfalls noch eine starke, der Vermittlung bedürftige Differenz, wie sie z. B. in der Musik zwischen dem Intervall der Prime und dem Intervall der Octave Statt findet. — Suchen wir auf dieselbe Weise, d. h. durch Summirung der Verhältnisse 1 : 1 und 1 : 2, auch diese auszugleichen, so erhalten wir das Durchschnittsverhältniss 2 : 3. Offenbar sind wir mit demselben dem mittlern Verhältniss abermals näher gekommen: denn zwischen den Verhältnissen 1 : 2 und 2 : 3 besteht eine geringere Differenz als zwischen den Verhältnissen 1 : 1 und 1 : 2, nämlich nur diejenige, welche in der Musik zwischen dem Intervall der Octave und dem Intervall der Quinte besteht. — Völlig aber ist die Differenz auch hier noch nicht aufgehoben, und es ist daher eine noch weitere Ausgleichung möglich. Diese erhalten wir durch Summirung der Verhältnisse 1 : 2 und 2 : 3 in dem Durchschnittsverhältniss 3 : 5, welches von dem vorigen Durchschnittsverhältniss nur noch um eine Differenz verschieden ist, wie sie in der Musik zwischen dem Intervall der Quinte und dem Intervall der grossen Sexte besteht. Suchen wir durch Summirung der Verhältnisse 2 : 3 und 3 : 5 auch diese Differenz auszugleichen, so gelangen wir zu dem neuen Durchschnittsverhältniss 5 : 8; zwischen diesem und dem vorigen Verhältniss besteht aber nur noch die zwischen der grossen und der kleinen Sexte bestehende Differenz, nämlich die eines halben Tons, also die geringste, welche die gegenwärtige Theorie der Musik überhaupt unterscheidet.

Ganz in derselben Weise lässt sich nun das Verfahren fortsetzen, und man gelangt dadurch von den bisher gewonnenen Verhältnissen 0 : 1, 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3, 3 : 5, 5 : 8 nach und nach zu den Verhältnissen 8 : 13, 13 : 21, 21 : 34, 34 : 55, 55 : 89 u. s. w., von denen jedes folgende das Durchschnittsverhältniss der beiden nächstvorangehenden und eine immer vollkommnere Vermittlung der beiden ersten und extremsten Ver-

hältnisse ist, und welche von Schritt zu Schritt nicht nur einander selbst ähnlicher werden, sondern sich auch immer mehr und mehr einem zwischen ihnen liegenden und ihre Differenz völlig ausgleichenden Verhältniss nähern, welches eben kein anderes als das Verhältniss des goldnen Schnitts ist.

Dass diese Annäherung wirklich Statt findet, erhellt schon aus der Uebereinstimmung der dem hier entwickelten Verfahren entsprechenden Zahlenreihe (0 : 1 : 1 : 2 : 3 : 5 : 8 : 13 : 21 : 34 : 55 : 89 : 144 : 233 : 377 : 610 : 987 etc.) einerseits und der aus dem Verhältniss des goldnen Schnitts hervorgehenden Progression (§. 4) andererseits: denn beide Reihen sind namentlich in den mittleren Gliedern (3 : 5 : 8 : 13 : 21 : 34 : 55) bis auf kleine Bruchtheile geradezu gleichlautend; wenn sie aber in den höheren Gliedern (89, 144, 233, 377, 610 und 987 einerseits, und 90..., 145..., 236..., 381..., 618..., 1000 andererseits) mehr von einander abzuweichen scheinen, so ist dies wirklich nur scheinbar, denn in der That findet zwischen den Gliedern der ersten Reihe gerade umgekehrt eine immer grössere Annäherung an das Verhältniss des goldnen Schnitts Statt, wie man daraus ersehen kann, dass z. B. $34 : 55 = 1 : 1,6176...$, dagegen $610 : 987 = 1 : 1,6180...$, mithin die Abweichung vom Normalverhältniss $1 : 1,6180...$ hier wirklich geringer ist als dort, obschon sie an den grösseren Zahlen grösser erscheint. Der mathematische Beweis hingegen für die Identität des der gedachten Zahlenreihe vorschwebenden Verhältnisses mit dem Verhältniss des goldnen Schnitts gründet sich darauf, dass die Brüche, in welchen sich diese Verhältnisse ausdrücken: $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ u. s. w. aufeinanderfolgende Reductionen des continuirlichen periodischen Bruchs: $\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}$ u. s. w. sind, dessen unendlicher Werth $= \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{2,236 - 1}{2} = \frac{1,236}{2} = 0,618...$, also mit dem Werth des

Majors im Verhältniss des goldnen Schnitts vollkommen identisch ist. Silfverstråhle in einer Abhandlung über die Stellung der Blätter (in Hornschuch's Archiv skandinav. Beitr. II. Th. S. 393) hat diesen Bruch bis auf 39 Decimalstellen berechnet. Hiernach ist er $= 0,618033988749894848204586834365638117720$ etc. Da sich das Verhältniss des goldnen Schnitts hiemit als das vollkommenste Durchschnitts- und Vermittlungsverhältniss selbst der am meisten differirenden Verhältnisse $0 : 1$ und $1 : 1$ erweist, so ist es natürlich, dass es ein solches auch für alle übrigen Verhältnisse, die weniger von einander abweichen, sein muss. Mit welchem Verhältniss daher auch eine Reihe beginnen mag: sobald sie in derselben Weise fortschreitet wie die Reihe $0 : 1 : 1 : 2 : 3 : 5 : 8$ u. s. w., d. h. dadurch, dass sie aus der Summe der beiden nächstvorangehenden Glieder stets das folgende gewinnt, kommt nothwendig das zwischen den unmittelbar aufeinanderfolgenden Gliedern bestehende Verhältniss von Schritt zu Schritt dem Verhältniss des goldnen Schnitts ($1 : 1,618...$) näher, wie folgende Beispiele verdeutlichen mögen:

1: 3: 4: 7:11:18:29: 47: 76:123 etc.	1:	3;1,333;1,750;1,571;1,636;1,611;1,620;1,617;1,618.
1: 4: 5: 9:14:23:37: 60: 97:157 etc.		4;1,250;1,800;1,555;1,642;1,608;1,621;1,616;1,618.
1: 5: 6:11:17:28:45: 73:118:191 etc.		5;1,200;1,833;1,545;1,647;1,607;1,622;1,616;1,618.
1: 6: 7:13:20:33:53: 86:139:225 etc.		6;1,166;1,857;1,538;1,650;1,606;1,622;1,616;1,618.
1: 7: 8:15:23:38:61: 99:160:259 etc.		7;1,142;1,875;1,535;1,652;1,605;1,622;1,616;1,618.
1: 8: 9:17:26:43:69:112:181:293 etc.		8;1,125;1,888;1,529;1,653;1,604;1,623;1,616;1,618.
1: 9:10:19:29:48:77:125:202:327 etc.		9;1,111;1,900;1,526;1,655;1,604;1,624;1,616;1,618.
1:10:11:21:32:53:85:138:223:361 etc.		10;1,100;1,909;1,523;1,656;1,603;1,623;1,616;1,618.

In allen diesen Reihen, wie in der ursprünglichen, welche mit $0 : 1$ beginnt, ist die von Glied zu Glied wachsende Annäherung an das vorschwebende Normalverhältniss zugleich eine oscillirende, d. h. wenn in irgend einem Gliede die Abweichung in einer Bevorzugung des Minors besteht, besteht sie im nächstfolgenden Gliede in einer Bevorzugung des Majors;

und umgekehrt. Das Verhältniss des goldnen Schnitts ist daher nicht nur das vorschwebende Schlussverhältniss dieser und aller auf dieselbe Weise fortschreitenden Reihen, sondern auch dasjenige, welches von Anfang an zwischen je zwei unmittelbar zusammenliegenden Verhältnissen in der Mitte liegt und um welches sich daher die Verhältnisse auch inmitten des Fortschreitens fort und fort bewegen. Alle diese Verhältnisse sind daher als mehr oder minder vollkommene Realisationen und Modificationen des Normalverhältnisses anzusehen und unter ihnen zwei Hauptclassen zu unterscheiden:

a) Majorbevorzugende, vom Verhältniss der unendlichen Verschiedenheit ausgehend, z. B. in der ursprünglichen Reihe:
 $0 : 1, 1 : 2, 3 : 5, 8 : 13, 21 : 34$ etc.

b) Minorbevorzugende, vom Verhältniss der absoluten Gleichheit ausgehend, z. B. $1 : 1, 2 : 3, 5 : 8, 13 : 21, 34 : 55$
 u. s. w.

F. Sofern das Verhältniss des goldnen Schnitts nach §. 5 ein irrationales, also in endlichen Grössen ein ganz genau zu erreichendes ist, müssen sich die Verhältnisse in sämtlichen Reihen, welche von irgend einem bestimmten, also endlichen und ungenauen Ausdruck des Normalverhältnisses durch Subtraction des Minor vom Major abgeleitet werden, von Glied zu Glied weiter vom Normalverhältniss entfernen und in wechselnden Schwankungen, einmal zu Gunsten des Minors, das andere Mal zu Gunsten des Majors, nach und nach sich immer mehr den beiden extremsten Verhältnissen nähern. Es lassen sich daher die Verhältnisse der im vorigen § angeführten Reihen, so wie alle übrigen denkbaren Verhältnisse nicht bloss als dem Normalverhältniss zustrebende, sondern auch als von ihm ausgehende Modificationen desselben betrachten. Das Verhältniss des goldnen Schnitts ist somit trotz seiner idealen Bestimmtheit kein starres, gebundenes, unveränderliches, sondern ein lebendiges, freies, unendlich variables; es entwickeln sich daher aus

ihm nicht bloss die mehr oder minder der Idealität sich nähernden Musterbildungen, sondern auch die charakteristischen Typen und Varietäten; und selbst die stärker von ihm abweichenden Verhältnisse, welche bei der Realisation vorkommen, sind, sofern nicht wirklich störende Einflüsse Statt gefunden haben, nicht als Ausnahmen, Abnormitäten, Aborte, sondern nur als minder genaue Ausbildungen oder weiter über die Mitte hinausschweifende Pendelschwingungen zu betrachten.

§. 11.

G. Einer nicht minder grossen Vermannigfaltigung und Ausbildung zu den verschiedenartigsten Formen ist das hier in Rede stehende Verhältniss auch inmitten der strengsten Realisation fähig, indem sich z. B. aus der verschiedenen Lage und Anordnung der Theile, aus der grösseren oder geringeren Anzahl der Abtheilungen und Unterabtheilungen, aus der verschiedenen Zusammenfassung derselben zu einfacheren oder complicirteren, symmetrischen oder asymmetrischen Gruppen, aus der Möglichkeit, die proportionalen Maasse in verschiedenen Richtungen, Winkeln und Linien mit einander zu verbinden und sie auch auf die Eintheilung der Kreisperipherie in proportionale Kreisausschnitte, Centriwinkel und Kreisbögen anzuwenden, und so noch aus vielen andern Umständen eine unendliche Masse von verschiedenen Formationen entwickeln lässt, welche doch sämmtlich nur Emanationen eines und desselben Urgestaltungsprincips sind. Vgl. meine „Proportionslehre“ S. 157—174 und meine „Aesthetischen Forschungen“ S. 177—200.

Anwendungen des Verhältnisses in Natur und Kunst.

I. In Beziehung auf die menschliche Gestalt.

§. 12.

Nimmt man die Totalhöhe der menschlichen Gestalt (vom Scheitel bis zur Sohle) als Ganzes an und bezeichnet ihr Maass

durch die Zahl 1000, so entsprechen die Durchschnittsmaasse sämtlicher die Gliederung des Körpers bedingenden Abtheilungen und Unterabtheilungen irgend einer der oben aus dem Verhältniss des goldnen Schnitts hervorgehenden Proportionalzahlen.

Theilt man zunächst die Totalhöhe selbst nach diesem Verhältniss auf die §. 2 beschriebene Weise, so fällt der Durchschnitt, wenn dem Minor die obere Lage gegeben wird, stets mit den zwischen der untersten Rippe und dem Darmbeinkamm liegenden Weichen und zwar am häufigsten mit der ein wenig über dem Nabel hinlaufenden, besonders beim Bücken deutlich hervortretenden Bauchfalte (Taillenfalte, Nabelfalte), nicht selten auch mit dem Nabel selbst, also mit der deutlich markirten Gränze zwischen Oberkörper und Unterkörper zusammen. Der Oberkörper ist also der Minor und der Unterkörper der Major der Totalhöhe, und beide bilden mit dieser folgende stetige, unserem Verhältniss entsprechende Proportion:

$$\text{Totalhöhe} : \text{Unterkörper} = \text{Unterkörper} : \text{Oberkörper}$$

$$1000... : 618,0... = 618,0... : 381,9...$$

Anm. Nach Cousin, Gerdy, Silbermann etc. beträgt die Distanz vom Scheitel bis Nabel, wenn man ihre Angaben auf Tausendstel der Totalhöhe reducirt, 375, nach Albrecht Dürer 372, nach Quetelet an Antiken 379, an Belgiern 397, nach Carl Schmidt 388, nach Carus 394, nach Alberti und Salvage 400, nach Hay 403; man sieht also, wie sich sämtliche Bestimmungen um das dem Verhältniss des goldnen Schnitts entsprechende Maass 381,9... in Abweichungen von höchstens 3½ Centimetern bewegen. Der Mittelpunkt des Nabels liegt nach meinen empirischen Beobachtungen bei Männern gewöhnlich circa 13 Tausendstel unterhalb, bei Frauen gewöhnlich gegen 8 Tausendstel oberhalb des goldnen Schnitts; in jenem Fall beträgt also die Entfernung 395, in diesem Fall 374 Tausendstel; am männlichen Körper erscheint also der

Minor, am weiblichen Körper der Major ein wenig bevorzugt.

§. 13.

Theilt man die Totalhöhe so, dass der Minor unterhalb des Major zu liegen kommt, so reicht der Major gerade bis zum Handende des senkrecht herabhängenden Arms. Auch in diesem Fall correspondirt also der goldne Schnitt mit einem wesentlichen Abschnitt des menschlichen Körpers.

Zu nicht minder wesentlichen Körperabtheilungen gelangt man, wenn man die Eintheilung nach demselben Princip weiter verfolgt. Theilt man nämlich den Oberkörper (vom Scheitel bis zur Nabelfalte), so bezeichnet der Durchschnitt gerade die Gränze oder schmalste Stelle zwischen Kopf und Rumpf in der Höhe des Kehlkopfs; theilt man hingegen den Unterkörper, so wird dadurch die Gränze oder schmalste Stelle zwischen Ober- und Unterschenkel am unteren Ende des Knies oder am Anfang der Wade gefunden. Unter- und Oberkörper sind also ganz nach demselben Verhältniss gegliedert wie der ganze Körper; nur sind natürlich die Maasse dieser Theile in demselben Verhältniss kleiner, in welchem ihre Totalität hinter der Totalhöhe zurückbleibt. Der Unterkörper bildet demnach mit seinen beiden Theilen in Zahlen folgende Proportion:

Ganzer Ober- Unter-
Unterkörper : schenkelpartie : schenkelpartie;

618,0... 381,9... 236,0...

dagegen die Proportion des Oberkörpers und seiner Theile stellt sich in diesen Zahlen dar:

Ganzer Oberkörper : Rumpfpartie : Kopfpartie.

381,9... 236,0... 145,8...

§. 14.

Jede dieser vier Hauptpartien empfängt nun ihre Gliederung nach demselben Gesetz. Je nachdem man dem Minor oder dem Major die obere Lage giebt, correspondirt der dem Verhält-

niss entsprechende Durchschnitt mit folgenden wesentlichen Punkten:

- 1) in der Kopfpartie mit dem Orbitalrande oder der Nasenbasis;
- 2) in der Rumpfpattie mit der Höhe der Achselhöhlen oder der Herzgrube;
- 3) in der Oberschenkelpattie mit dem Schamende oder dem Handende;
- 4) in der Unterschenkelpattie mit dem Ende des Wadenmuskels oder der Schienbeintaille, d. i. der schmalsten Stelle zwischen Wade und Knöchel.

Je nachdem die hieraus resultirenden Abtheilungen mehr oder minder gegliedert sind, lässt sich mehr oder minder oft dasselbe Eintheilungsprincip auch bei ihnen verfolgen; am evidentesten in den Abschnitten der Kopf- und Rumpfpattie; minder scharf markirt, doch immer noch unverkennbar, in den Unterabtheilungen der Ober- und Unterschenkelpattie. Dies hier näher ins Einzelne zu verfolgen, liegt ausser den Gränzen und dem Zweck dieses Ueberblicks und ich muss in dieser Hinsicht auf meine Proportionslehre S. 176 — 215 verweisen; hier wird es genügen, wenigstens die wichtigsten der aus einer fortgesetzten Subdivision der vier Hauptpartien hervorgehenden Abtheilungen nebst den ihnen entsprechenden proportionalen Zahlenwerthen übersichtlich zusammenzustellen.

1. Kopfpartie (Scheitel — Kehlkopf) mit dem Totalmaass von 145 Tausendsteln.

Scheitel bis Haargränze	21	} 55
Haargränze bis Augenbrauen	34	
Augenbrauen bis Nasenbasis	34	} 90
Nasenbasis bis Kinn	34	
Kinn bis Kehlkopf	21	

2. Rumpfpattie (Kehlkopf — Nabelfalte) mit dem Totalmaass von 236 Tausendsteln.

Kehlkopf bis Brustbeinanzfang	34	} 90
Brustbeinanzfang bis Achselhöhlenhöhe	55	
Achselhöhlenhöhe bis Herzgrube	55	} 145
Herzgrube bis Rippenende	55	
Rippenende bis Nabelfalte	34	

3. Oberschenkelpartie (Nabelfalte — Wadenanzfang) mit dem Totalmaass von 381,9 Tausendsteln.

Nabelfalte bis Schamberg	90	} 145
Schamberg bis Schamende	55	
Schamende bis Handende	90	} 236
Handende bis Knieanzfang	145	
Knieanzfang bis Wadenanzfang	90	

4. Unterschenkelpartie (Wadenanzfang — Fusssohle) mit dem Totalmaass von 236 Tausendsteln.

Wadenanzfang bis zur grössten Breite der Waden	55	} 90
Grösste Breite der Waden bis Ende des Wadenmuskels	34	
Ende des Wadenmuskels bis Schienbeintaille	55	} 145
Schienbeintaille bis Knöchel (Anfang der Fusspartie)	90	
Knöchel bis Fusssohle	55	

Anm. Wie sehr sich diese Eintheilung für die künstlerische Praxis, namentlich für die Anwendung in Maler- und Bildhauerschulen sowie beim Zeichenunterricht überhaupt empfiehlt, springt in die Augen. Bestimmt man, was für die praktischen Zwecke ausreicht, die Maasse der obigen Abtheilungen durch kleinere Proportionalzahlen, so stellen sie sich natürlich noch übersichtlicher dar, z. B. so:

Kopfpartie = 21.	Rumpfpartie = 34.
a = 3	5
b = 5	8
c = 5	8
d = 5	8
e = 3	5

Ober-	Unter-
schenkelpartie = 55.	schenkelpartie = 34.
13	8
8	5
13	8
8	5
13	8

Wer eine menschliche Figur zeichnen will, braucht sich also nur die Maasse, welche den Zahlen 3 und 5 entsprechen, zu bestimmen; alle übrigen ergeben sich aus diesen von selbst, da 8 die Summe von 3 und 5 und 13 die Summe von 5 und 8 ist. — Diese Maassbestimmungen harmoniren mit den Regeln der anerkanntesten Meister. Als normale Kopflänge (Scheitel — Kinn) wird z. B. allgemein $\frac{1}{8}$ der Totalhöhe angenommen; hienach ist sie $= \frac{18}{144} = \frac{1}{8}$. Der Gesichtslänge und Handlänge giebt man allgemein $\frac{1}{10}$ der Totalhöhe; hienach ist sie $= \frac{15}{144} = \frac{1}{9,6}$ u. s. w. Ausführliche Beweise für die Richtigkeit meiner Maassbestimmungen enthält die Proportionslehre S. 267—296.

§. 15.

Ganz nach dem nämlichen Verhältniss gliedern sich nun auch die Arme, Hände, Füße, Augen etc. So zeigt z. B. der Arm mit seinen Abtheilungen folgende Maasse:

der ganze Arm nebst Hand als Ganzes 3 mal 145... = 437..
 der Unterarm nebst Hand als Major
 des Ganzen . . . 3 mal 90... = 270..
 der Oberarm als Minor des Ganzen . . 3 mal 55... = 167..
 die Hand als Minor des Majors . . . 3 mal 34... = 103..
 die Vorderhand als Major der Handlänge 3 mal 21... = 63..
 Das Nähere s. Proportionslehre S. 199 fgg., 235 fgg., 244 fgg.

§. 16.

Und so entsprechen auch die Breitedimensionen wohlgebildeter mittlerer Constitutionen in den wesentlichsten Höhepunkten der einzelnen Partien und Gliedmassen denselben Verhältnisszahlen. So ist z. B. — abgesehen von den Modificationen, welche das Geschlecht bedingt — die Breite des Kopfes = 2 mal 55; die Breite des Halses = 2 mal 90; die grösste Breite des Rumpfes mit Armen = 2 mal 145; die mittlere Breite des Rumpfs ohne Arme = 2 mal 90; die mittlere Breite der Hüften = 2 mal 90; die mittlere Breite des einzelnen Schenkels = 90; die Breite des Knies = 55; die grösste beider Waden zusammengenommen = 145; die geringste Breite des Schienbeins = 34; die horizontale Ausdehnung des Fusses in der Länge = 145, in der Breite = 55; die grösste Breite des Oberarms, des Unterarms und der Hand = 55; die Länge der Augenlidspalte = 21; die Länge der Mundspalte = 2 mal 13 u. s. w. Alle diese Maasse entsprechen nicht nur den Proportionalzahlen überhaupt, sondern stehen auch zu den Maassen der einzelnen Höheabschnitte, mit denen sie in nächster Beziehung stehen, sowie auch untereinander in bestimmten gesetzlichen Verhältnissen, worüber meine Proportionslehre S. 220—263 das Nähere enthält.

§. 17.

Nicht anders verhält es sich mit den Dimensionen der Tiefe und deren Abtheilungen. Ausser dem, was die Proportionslehre (S. 258 fgg.) darüber enthält, verweise ich hier noch auf einen Aufsatz im „Abendblatt“ zur „Neuen Münchner Zeitung“ (1856. Nr. 18, 19, 20), „Der menschliche Kopf im Profil,“ worin gezeigt wird, dass auch die Gliederung des Kopfs in der Seitenansicht an anerkannt-schönen Exemplaren bis ins Einzelste hinein nach demselben Verhältniss geregelt ist und dass demselben auch die wesentlichsten Gesichtswinkel, nämlich ausser dem Camper'schen auch derjenige, welcher durch zwei

von den vorspringendsten Punkten der Stirn und des Kinns auslaufenden und an der Nasenspitze sich schneidenden geraden Linien gebildet wird, an wohlgebildeten europäischen, namentlich griechischen Profilen mit überraschender Genauigkeit entsprechen, indem der letzterwähnte Winkel sich eng um einen Winkel von $137\frac{1}{2}^{\circ}$, der erstere hingegen um einen Winkel von nahezu 85° bewegt, welche Winkel beide aus einer dem Verhältniss des goldnen Schnitts entsprechenden Eintheilung des Kreisumfangs von 360° hervorgehen. Noch Näheres über diese besonders in ethnographischer Beziehung wichtige Thatsache, welche dadurch noch interessanter wird, dass nach den Darlegungen der Gebrüder Bravais der Winkel von $137\frac{1}{2}$ Grad (Minor von 360°) auch die constante Divergenz der Blattstellung ist und dass sich dieser wie die übrigen Proportionalwinkel von 85 , $52\frac{1}{2}$, $32\frac{1}{2}$, 20 , 12° etc. auch in anderen Beziehungen als bedeutsam für den menschlichen Körper darstellt, werde ich demnächst in einem von Illustrationen begleiteten Aufsätze der Zeitschrift „Natur“ veröffentlichen.

§. 18.

Natürlich sind alle diese Maasse nur als ideal-normale zu betrachten und sie erleiden als solche in den realen Gebilden durch die Unterschiede des Geschlechts, der Nationalität, des Alters u. s. w. sehr mannigfache Modificationen. Aber vergleicht man diese Modificationen, so zeigt sich, dass sie sich sämmtlich um die hier aufgestellten Normalmaasse, als um ihre Mitte, bewegen; auch sind sie in ihrer ursprünglichen Anlage keine willkürlichen oder zufälligen, sondern hängen mit dem §. 10 entwickelten Wesen des Normalverhältnisses und mit den aus seiner Irrationalität nothwendig hervorgehenden Abweichungen auf das Engste zusammen. Dies gilt zunächst und besonders von den charakteristischen Geschlechtsunterschieden der männlichen und weiblichen Gestalt, die im Wesentlichen darauf beruhen, dass der männliche Körper in Länge, Breite und Fülle durch-

schnittlich die Minorpartien, z. B. den Oberkörper gegenüber dem Unterkörper, den Kopf gegenüber dem Rumpf, den Oberkopf gegenüber dem Unterkopf etc., der weibliche hingegen die Majorpartien, z. B. Unterkörper, Oberschenkelpartie etc. bevorzugt, wie in meiner „Proportionslehre“ S. 297—307 speciell ausgeführt ist. So liegt z. B. bei den Frauen zufolge des weiteren und höheren Beckens die Gränze zwischen Ober- und Unterkörper, wie bereits §. 12 bemerkt, etwas höher als bei den Männern; eben so bleibt bei ihnen die Kopfhöhe und insbesondere die Höhe der Stirn und der Schädelswölbung ein wenig hinter dem Normalmaass zurück. Dasselbe gilt von der Nasenlänge als dem Minor des Unterkopfs, der Handlänge als dem Minor des Vorderarms, der Fusslänge als dem Minor gegenüber der Unterschenkelpartie u. s. w. Noch stärker tritt dies in den Breitemaassen hervor. Während bei ihnen die grösste Breite des Kopfes, des Rumpfes und ganz besonders des Oberkörpers (d. h. des Rumpfes nebst Armen) das Normalmaass in der Regel nicht erreicht, geht hingegen die Breite der Hüften, Schenkel und Waden, also der zum Unterkörper, dem Major des Ganzen, gehörigen Partien gewöhnlich mehr oder weniger darüber hinaus, dergestalt, dass bei ihnen die Distanz der Trochanter (Maximum der Unterkörperbreite) grösser zu sein pflegt, als die Distanz der Achselhöhlen, während bei den Männern der Regel nach das Umgekehrte Statt findet. So gehen auch alle übrigen charakteristischen Differenzen der männlichen und weiblichen Proportionen aus dem angegebenen Grundunterschiede hervor und erweisen sich nicht sowohl als willkürliche Verletzungen, sondern vielmehr als nothwendige und einheitliche Consequenzen des irrationalen Normalverhältnisses.

§. 19. In ähnlicher Weise verhält es sich mit den Unterschieden der Racen- und Nationaltypen. Auch hier bestehen die Abweichungen von den Normalmaassen theils in Bevorzugungen

des Majors, theils in Bevorzugungen des Minors, auch sie bewegen sich mithin, wenn auch in weiteren Abständen und stärkeren Schwankungen, um das zum Grunde liegende Verhältniss wie um einen gemeinsamen Mittelpunkt und erweisen sich in den typischen Bildungen einer einzelnen Race entweder als einseitige und extravagante Ausbildungen des männlichen oder weiblichen Typus oder auch als unharmonische Confusionen beider Typen. Leider existiren bis jetzt noch zu wenig Messungen von Individuen der nicht kaukasischen Racen, als dass sich daraus Resultate von ausreichender Sicherheit ziehen liessen; indessen habe ich das Wichtigste, was in dieser Beziehung bisher von Camper, Sönmering, Schadow, Quetelet, Prichard, Morton, Burmeister, Carus, Thompson u. A. geschehen ist, zusammengestellt und die von ihnen mitgetheilten Maasse sorgfältig theils untereinander, theils mit den Normalmaassen meines Systems verglichen; und hiebei hat sich so viel wenigstens mit Sicherheit herausgestellt, dass die nichtkaukasischen Racen sämmtlich um ein mehr oder minder Beträchtliches weiter von den Normalmaassen abweichen als die mittleren Bildungen der kaukasischen Race, dass ihre Abweichungen in gewissen Partien weit stärker sind als in andern, dass dieselben hier in einem Plus, dort in einem Minus bestehen und dass daher die extremsten Abweichungen der einen Art mit den extremsten Abweichungen der anderen Art einen Gegensatz bilden, der in den Normalmaassen seine vollkommenste Ausgleichung findet. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen enthält eine Abhandlung: „Ueber die Unterschiede in den Verhältnissen der Racentypen“ in Vierordt's „Archiv für physiologische Heilkunde,“ 1856. Hft. 3. Ausserdem vergleiche man „Proportionslehre“ S. 309 und „Der menschliche Kopf im Profil“ (Münchner „Abendblatt“ 1856. 18—20).

§. 20.

Auch die Veränderungen, welche die Verhältnisse des menschlichen Körpers in den verschiedenen Entwicklungs- und Al-

tersstufen erleiden, bewegen sich um das hier aufgestellte Normalverhältniss. Schon in den frühesten Stadien der Entwicklung zeigen sich unverkennbare Spuren desselben, aber es erscheint noch im Kampf mit den beiden extremen Verhältnissen, dem Verhältniss der unendlichen Verschiedenheit ($0 : 1$), welchem das Verhältniss des noch völlig ungetheilten, atomistischen, monadischen Urkeims entspricht, und dem Verhältniss der völligen Gleichheit ($1 : 1$), dem die Eintheilung des Körpers bei der Geburt zu entsprechen pflegt: denn beim neugeborenen Kinde liegt der Nabel gerade in der Mitte der Totalhöhe, der Oberkörper verhält sich also zum Unterkörper wie $1 : 1$; und in demselben Verhältnisse steht auch die Kopfhöhe zur Rumpfhöhe, die Höhe des Oberkopfs zu der des Unterkopfs etc., während am Unterkörper die Höhe der Unterschenkelpartie zu der der Oberschenkelpartie im Verhältniss $1 : 2$, also demjenigen Verhältnisse steht, welches sich nach §. 10 als das erste Durchschnittsverhältniss der beiden Extreme herausgestellt hat. Die fernere Entwicklung während des Wachstums besteht nun darin, dass die verschiedenen Körperabtheilungen einerseits vom Verhältniss $1 : 1$, andererseits vom Verhältniss $1 : 2$ aus immer mehr und mehr in das Verhältniss des goldnen Schnitts hineinwachsen, bis sie es endlich mit Vollendung des Längenwachstums erreicht haben und in ihm so lange verharren, bis das eintretende Greisenalter wieder stärkere Abweichungen herbeizuführen pflegt. S. „Proportionslehre“ 312 fgg.

II. In Beziehung auf das Skelet, das Gehirn und andere innere Organe des menschlichen Körpers.

§. 21.

Auch hier erweist sich das hier in Rede stehende Verhältniss als das regelnde Princip und stellt sich in vielen Theilen mit überraschender Genauigkeit dar. Unterwirft man z. B. die Höhe des Beckens der Theilung, so reicht der untenliegende

Minor in der Regel bis zum Kamm des Schambeins; der obliegende Major zerfällt wiederum in Minor und Major, von denen der letztere der Höhe des Os sacrum gleich ist. Fasst man die Höhe des Beckens und die der darüber hinausragenden Lendenwirbel zu einem Ganzen zusammen, so bildet genau die erstere den Major, die zweite den Minor. Vergleicht man hingegen die Höhe sämtlicher Lendenwirbel mit der Höhe der Rückenwirbel, so stellt sich die erste als Minor, die zweite als Major dar. — Vereinigt man die Höhe der ganzen Wirbelsäule mit der Kopfhöhe zu einem Ganzen, das als solches von dem untersten Lendenwirbel bis zum Scheitel reicht, so erstreckt sich der kürzere Obertheil gerade bis zum unteren Ende der Halswirbel herab; und unterwirft man diesen wieder der Theilung, so reicht der untenliegende Major bis zum obersten Halswirbel hinauf.

§. 22.

Ebenso correspondiren mit dem Gesetz die deutlich sich markirenden Abtheilungen des Schädels, des Ober- und Unterschenkelbeins, des Brustbeins, der Knochen des Arms u. s. w., und auch in den Formen und der Gliederung der innern Organe lässt sich das Verhältniss in mannigfachen Beziehungen wiedererkennen. Nähere Andeutungen hierüber giebt meine Proportionslehre S. 216 fgg.; doch bedarf es besonders auf diesem Gebiete noch weiterer Untersuchungen. Ein wichtiger Schritt ist hiezu von dem im Gebiete der Psychiatrie rühmlich bekannten Dr. Hagen geschehen. Er veröffentlicht hierüber in einem Artikel des Münchner „Abendblatts“ (1856, Nr. 27) u. A. Folgendes: „Wir beschäftigten uns in hiesiger Heilanstalt (Irsee) schon seit längerer Zeit mit Kopfmessungen zu kranioskopischen Zwecken, nämlich zur Ermittlung der Gesetze, unter welchen die Beziehung der Schädelgestalt zu den psychischen Eigenschaften stehen. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden seiner Zeit ausführlicher bekannt gemacht werden; die gegenwärtige

M Mittheilung betrifft nur einen Theil derselben und hat den Zweck, die völlige Uebereinstimmung unserer Forschungen mit dem Satze vom goldnen Schnitt darzuthun und auf eine Anzahl neuer von mir gefundener Gesetze aufmerksam zu machen, welche, wie mir scheint, der Lehre vom Kopf- und Gehirnbau ganz neue Bahnen eröffnen werden. Ich bin überzeugt, dass den Leser im Folgenden dasselbe Gefühl des Erstaunens ergreifen wird, das sich meiner bemächtigte, als ich unsere Messungstabellen vornahm und an ihre Durchschnittszahlen die Verhältnisse des goldnen Schnitts hielt. Nun zog es mich von Rechnung zu Rechnung fort, und es ergab sich eine Menge der merkwürdigsten That- sachen. Aber nur die hauptsächlichsten, allgemeiner verständ- lichen können hier eine Stelle finden; die übrigen, welche ich bereits der physikalisch-medicinischen Societät zu Erlangen mit- getheilt habe, werden an anderem Orte bekannt gemacht werden.

Nach unseren Messungen (an hundert Männern) ist die durch- schnittliche Länge der Wirbelsäule 71,05 Centimeter, von ihrem obern Ende in der Nackengrube über den Scheitel bis zur Na- senwurzel sind 37,91, von da bis zum Grübchen der Oberlippe (dem obern Zahnhöhlenrand entsprechend) 6,34. Beide letzten Dimensionen gaben 44,25 Centimeter. Es verhält sich also die Länge der Wirbelsäule zur Länge der Kopfknochen im Bogen wie Major zu Minor ($618 : 382 = 71,05 : 44,04$).

Ferner: Die durchschnittliche Länge des Kopfs von der Stirnglatze (über der Nasenwurzel zwischen den Augenbrauen) bis zur Hervorragung des Hinterhaupts ist 19. Dies als Grund- zahl angenommen ist die mittlere Schädelhöhe (von einem durch Rechnung zu findenden Punkte über dem äussern Gehörgang, in gleicher Höhe mit dem Rücken des Türkensattels im Innern des Kopfs) der Major. Von dieser Höhe lässt sich direct auf die Höhe des grossen Gehirns schliessen.

In dieser Weise liessen sich auch alle übrigen geraden und gekrümmten Dimensionen (Bögen) des Kopfes mit einander ver-

gleichen und immer stellt sich überraschend heraus, dass sie unter dem Gesetz des goldnen Schnitts stehen. Da aber die Mittheilung dieser Resultate zu viele anatomische Kenntnisse voraussetzen würde, um für das nicht ärztliche Publikum verständlich zu sein, so gehe ich sogleich zu den noch interessanteren Verhältnissen des Gehirns über. Es hat wohl Jedermann eine ungefähre Vorstellung von dem, was grosses und was kleines Gehirn sei. Nun habe ich gefunden, dass sich das kleine Gehirn zu je *einer* Hemisphäre des grossen Gehirns vollkommen verhält wie Minor zu Major. Erstens hinsichtlich der Dimensionen, und zwar so, dass die Breite des kleinen Gehirns im Verhältniss zur Länge der Hemisphären, seine Länge in der Mitte (Wurm) im Verhältniss zur Breite einer Hemisphäre steht. Zweitens in Bezug auf das Gewicht. Die Kubikwurzel des Gewichts des kleinen Gehirns (ohne Brücke und verlängertes Mark) verhält sich zur Kubikwurzel einer Grosshirnhemisphäre (ohne Seh- und Streifenhügel) wie der Minor zum Major. Die Stammgebilde beider Theile, nämlich Brücke und verlängertes Mark einerseits, Seh- und Streifenhügel einer Hirnhälfte andererseits stehen ebenfalls im Verhältniss des Minor und Major, aber nicht im Wurzelverhältniss, sondern in einfachem, oder: die Würfel ihrer Wurzeln verhalten sich wie Minor und Major. Wenn z. B. Brücke und verlängertes Mark zusammen 370 Gran wiegen, so wiegen Grosshirnschenkel, Seh- und Streifenhügel einer Hirnhälfte 600 Gran [$370 : 600 = 1 : 1,621\dots$]. Diese Verhältnisse wiederholen sich je nach den verschiedenen Gehirnthteilen noch in mannigfacher Weise. So verhält sich z. B. noch die Kubikwurzel des Gewichtes beider Hemisphären zusammen genommen (ohne Stammgebilde) zu der Kubikwurzel der sämtlichen übrigen Hirngebilde sammt dem Rückenmark und den (muthmaasslich zu 90 Gran angeschlagenen) sympathischen Nerven wie der Major zum Minor. Die Richtigkeit aller dieser Re-

sultate ist mir durch zahlreiche Rechnungen und vielfache Vergleichung mit den Wägungsergebnissen Anderer vollkommen verbürgt und es ist unmöglich, dass Jemand beim Nachrechnen zu andern Resultaten kommen kann. Das Zusammentreffen der Zahlen-Resultate ist so genau, dass die sich ergebenden Differenzen (z. B. zwischen den Additions-Summen verschiedener Gewichte und dem Resultate der Proportionen) höchstens $\frac{1}{10}$ Gran betragen“ u. s. w. Speciellere Angaben enthalten Froriep's „Notizen aus dem Gebiete der Natur- und Heilkunde,“ 1856. I. Nr. 21.

§. 23.
Hienach erweist sich also das Verhältniss des goldnen Schnitts als höchst wichtig auch für die Kraniologie und Phrenologie, was noch dadurch unterstützt wird, dass — wie in §. 56 fg. dieser Schrift gezeigt werden wird — auch die Zusammensetzung der Cerebrinsäure, des Hauptbestandtheils des Gehirnfettes, demselben Normalverhältniss mit überraschender Genauigkeit entspricht. Wenn daher irgend Hoffnung vorhanden ist, in dieses höchst interessante, aber bis jetzt noch ziemlich dunkle Gebiet der Wissenschaft tiefere Blicke zu thun, so dürfte sie durch diese Entdeckungen eine der stärksten Stützen erhalten, und diese Disciplinen werden daher wohlthun, bei ihren Untersuchungen über die Grössen- und Gewichtsverhältnisse des Gehirns und Schädels zugleich ihr Verhältniss zum Normalverhältniss ins Auge zu fassen. Da das Gewicht durch die Ausdehnung nach allen drei Dimensionen bedingt ist, so wird sich naturgemäss das Verhältniss hier im Kubus darstellen müssen. Man muss daher, um das thatsächliche Verhältniss mit dem Normalverhältniss vergleichen zu können, entweder aus den gefundenen Gewichtsmengen die Kubikwurzel ziehen oder für Untersuchungen dieser Art ein für allemal die Proportionalzahlen des Verhältnisses ($1 : 1,618$) auf den Kubus erheben. Das Letztere ist das Einfachere, denn da nach §. 8 $1^3 : 1,618^3 = 1 : 4,236...$

ist, so braucht man immer nur mit der kleineren der zu vergleichenden Gewichtsmengen in die grössere zu dividiren und den Quotient mit der Zahl 4,236... zu vergleichen, um die nähere oder fernere Beziehung zum Normalverhältniss bestimmen zu können. Herr Dr. Hagen hat in einigen Beziehungen das Verhältniss in noch höherer Potenz als im Kubus wiedergefunden. Dies kann als willkürlich erscheinen. Bedenkt man aber, dass sämtliche höhere Potenzen (nach §. 8) doch stets Glieder der diesem Verhältniss entsprechenden Reihe sind, indem z. B. $5,0...^5 : 8,1...^5 = 5,0 : 55,7...$ ist, so fällt jeder Anstoss weg, besonders wenn man in Erwägung zieht, dass in solchem Fall der grössere der beiden verglichenen Theile schon eine Combination von zwei kleineren Proportionaltheilen, z. B. 55,7 die Summe von 21,2... und 34,4... sein kann.

In sehr überraschender Weise zeigt sich das Verhältniss und die zu ihm hinführende Zahlenreihe (1 : 2 : 3 : 5 : 8) in den Zahlenverhältnissen der Zähne. Die Zahl der Vorderzähne verhält sich zur Zahl der Backen- oder Mahlzähne wie 3 : 5, unter den erstern die Zahl der Hundszähne zu der der Schneidezähne wie 1 : 2, und unter den letztern die Zahl der falschen Backenzähne zur Zahl der ächten wie 2 : 3. Das ganze Zahnsystem des Menschen lässt sich also in folgender Formel darstellen:

$$\frac{(3 + 2) + (1 + 2) - (2 + 1) + (2 + 3)}{(3 + 2) + (1 + 2) - (2 + 1) + (2 + 3)} \text{ oder } \frac{5 + 3 - 3 + 5}{5 + 3 - 3 + 5}$$

worin die Verhältnisse 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3, 3 : 5 und 5 : 8 enthalten sind, das erste (1 : 1) im Verhältniss der Gesamtzahl der einen Seite zur Gesamtzahl der andern Seite, und das letzte (5 : 8) in dem Verhältniss der Zahl der Backenzähne zur Summe der Backen- und Vorderzähne. Auch die Form des einzelnen Zahns entspricht in der Regel dem Verhältniss: denn die Höhe der Krone verhält sich zur Höhe der Wurzel durchschnittlich wie Minor zu Major.

III. In Beziehung auf den Bau der Thiere.

§. 24.

Sofern kein Thier an Schönheit und Vollkommenheit der Formen als solcher dem Menschen gleichkommt, findet sich auch an keinem das Normalverhältniss in so einheitlicher und consequenter Weise ausgebildet, wie bei der Menschengestalt. Dass es aber auch in der Thierwelt dasjenige Verhältniss ist, um welches sich die Gebilde dieser Thiere in stärkeren oder schwächeren Schwankungen bewegen und dass es sich, namentlich bei den edleren Thieren, nicht selten auch mit bewunderungswürdiger Genauigkeit und Beharrlichkeit innegehalten findet, wird durch eine so grosse Masse von Beispielen bestätigt, dass ein Zweifel kaum möglich ist. Am vollkommensten habe ich dasselbe am Pferde wiedergefunden, und in meiner Proportionslehre S. 383 fgg. gezeigt und durch Zeichnungen veranschaulicht, wie sowohl die Eintheilung seiner Höhe, als auch die Gliederung seiner Länge dem normalen Eintheilungsprincip entspricht. Von anderen Säugethieren entsprechen ihm besonders der Hirsch, das Reh, der Stier, der Löwe, der Tiger, mehrere Spielarten der Hunde u. s. w., natürlich jedes in etwas anderer Weise, indem sich z. B. die Höhe der Beine zur mittleren Höhe des Leibes, d. i. zur vertikalen Distanz der Rücken- und Bauchlinie bald wie der Minor zum Major, bald wie der Major zum Minor verhält, wodurch hauptsächlich der plumpere und schlankere Charakter des Thiers bedingt ist. Erhebt sich der Kopf über die Rückenlinie, so bildet in der Regel die gemeinsame Höhe von Hals (Kopf) und Leib den Major, die Höhe der Beine dagegen den Minor; der Major pflegt dann durch die Höhe der Rückenlinie abermals nach demselben Verhältniss getheilt zu werden, dergestalt, dass gewöhnlich die Höhe des Leibes den Major bildet. In mehr oder minder vollkommener Weise wiederholt sich das Verhältniss auch in der Gliederung der Beine,

des Halses und des Kopfes, so wie auch in der Eintheilung der horizontalen Länge, indem Kopf, Hals, Brust und Vorderbeine den Minor, dagegen Leib, Hinterbeine und Schwanz zusammen den Major der Totallänge zu bilden pflegen.

§. 25.

Auch in den übrigen Thierclassen finden sich von der Herrschaft desselben Gesetzes die unverkennbarsten Beispiele, und auch da, wo die Totalgestalt des Thieres ihm nicht entspricht, zeigt es sich doch in einzelnen Theilen oft mit überraschender Genauigkeit beobachtet. So verhält sich an dem von mir gemessenen Skelet eines Maulwurfs die Länge des Kopfs zur Länge der Halswirbel genau wie Major zu Minor; ebenso die Länge der Rückenwirbel zur Länge der Lendenwirbel, die Länge des Beckens zur Länge des Schwanzes, und am Kopf die Länge des Oberkiefers zur Länge des Hinterkopfs; auch steht an den hinteren Extremitäten die Länge der Sohlen zur Länge des Unterschenkelbeins ziemlich in demselben Verhältniss. In so weit ist Alles wohl proportionirt. Dagegen zeigen die vorderen Extremitäten sehr bedeutende Abweichungen, und die Höhe des Thiers steht zur Länge geradezu im Missverhältniss, denn sie verhält sich nahezu wie 1 : 6. Am Skelet einer Fledermaus fand ich die Kopflänge zur Brustbeinlänge = 5 : 8, die Länge der Halswirbel zur Länge des Kopfs, die Länge des Beckens zu der des Oberschenkelbeins, die Länge der Füße zu der des Unterschenkelbeins, die Länge des zweiten Phalangsknochens im vierten Finger zur Länge des ersten u. s. w. = 3 : 5, und die Länge der Lendenwirbel zu der des Beckens, die Länge des Oberkopfs (Scheitel — Orbitalrand) zu der des Unterkopfs, die Länge der dritten Phalangen zur durchschnittlichen Länge der zweiten Phalangen = 2 : 3, also in diesen Beziehungen mit dem Normalverhältniss wohl im Einklange; aber dagegen zeigten die Maasse der Arme und Hände in Vergleich mit denen des übrigen Körpers höchst extravagante Abweichungen und zerstörten hiedurch

die Wirkung jener in vielem Betracht sehr menschenähnlichen Proportionen.

Ich habe die Untersuchungen auf dem zoologischen Gebiet noch nicht im genügenden Umfange auszudehnen vermocht, habe aber mit Sicherheit bei vorläufigen Messungen mit dem General-Proportionsmesser erkannt, dass gerade sie eine sehr bedeutende und lohnende Ausbeute versprechen, und es wäre daher sehr zu wünschen, dass Zoologen von Fach auf diesen Gegenstand ihre Aufmerksamkeit lenken möchten.

IV. In Beziehung auf den Bau der Pflanzen.

§. 26.

In diesem Gebiete ist es zunächst und besonders die von Schimper entdeckte und besonders von A. Braun, den Gebrüdern Bravais, Kunth, Naumann u. A. weiter ausgebildete Theorie von der Blattstellung, welche durchaus dem hier erörterten allgemeinen Proportionalgesetze entspricht, obschon die auf diesem Felde thätig gewesenen Botaniker selbst der Theorie ein anderes Gesetz zum Grunde gelegt haben, indem namentlich Schimper und Braun dasselbe in dem Gesetz sehen, nach welchem die Zahlenreihe 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 u. s. w. fortschreitet, während die Gebrüder Bravais dieselbe Erscheinung aus den eigenthümlichen Verhältnissen der Spirallinie ableiten und nur am Schluss ihrer Untersuchungen kurz erwähnen, dass diese Verhältnisse mit dem Verhältniss des goldnen Schnitts oder der Theilung einer Grösse im mittleren und äusseren Verhältniss (*en moyenne et extrême raison*) identisch seien. Bekanntlich besteht das Gesetz der Blattstellung, wie es zunächst von Schimper und Braun aufgestellt wurde, darin, dass die Anordnung der in Form einer Spirale oder richtiger Schraubenlinie um den Stengel herumlaufenden Blätter innerhalb eines Blattcyklus, d. h. von irgend einem als erstes Blatt zu betrachtenden unteren Blatte bis zu dem nächsten wirklich senkrecht über ihm

stehenden Blatte nicht bei allen Pflanzenarten eine gleich einfache ist, sondern dass die Abschliessung eines solchen Blattcyklus bei einigen schon nach einem Stengelumlauf mit 2 oder 3 Blättern, bei anderen nach 2 Umläufen mit 5 Blättern, bei anderen nach 3 Umläufen mit 8 Blättern u. s. w. erfolgt, kurz dass die Zahlen sowohl der Blätter wie der Windungen stets den Zahlen 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34 u. s. w. entsprechen, und zwar dergestalt, dass sich die Zahl der Umläufe zur Zahl der Blätter stets wie 1 : 2, 1 : 3, 2 : 5, 3 : 8, 5 : 13, 8 : 21 etc. verhält, wonach also zwischen beiden in den höheren Ordnungen das Verhältniss des Minors zum Ganzen oder auch das Verhältniss vom Minor im Quadrat zum Major im Quadrat ($m^2 : M^2$) bestehen würde. Späterhin haben die genannten Botaniker erkannt, dass sich die Schraubenlinie der auf einander folgenden Blätter, je nachdem man vom ursprünglichen Blatt (Blatt 0) bis zum nächst höheren rechtsherum oder linksherum zu gelangen sucht und hiebei den längeren oder kürzeren Weg einschlägt, in mehr oder weniger Umläufen zum Blattcyklus abschliesst und dass sich im ersteren Falle, d. h. wenn man vom Blatte 0 bis zum Blatte 1 einen grösseren Bogen des Stengelumfangs beschreibt, die Zahl der Umläufe zur Zahl der Blätter innerhalb eines Blattcyklus nicht so, wie oben angegeben, sondern wie 1 : 2, 2 : 3, 3 : 5, 5 : 8, 8 : 13 etc., also — nach unserer Ausdrucksweise — wie Minor zu Major verhält; und mit Bezugnahme auf die Richtung, in welcher sich das Mutterblatt nach der einen oder der anderen Seite neigt, haben sie sich dafür entschieden, dass die zuletzt angegebene Anordnung als die ursprüngliche zu betrachten sei. Wie dem aber auch sein mag — auf jeden Fall entspricht die Zahl der Umläufe wie der Blätter stets den Zahlen der von Glied zu Glied sich mehr dem Verhältniss des goldnen Schnitts nähernden Zahlenreihe (§. 10) und zwar am häufigsten den Zahlen 3, 5, 8, 13 etc., es sind also auch die Verhältnisse zwischen der encyklischen Blattzahl und der encyklischen Zahl

der Umläufe nur als Modificationen dieses Normalverhältnisses aufzufassen. — Noch evidentere wird dies nach der von den Gebrüdern Bravais aufgestellten Theorie. Diese haben nämlich gezeigt, dass bei den meisten Pflanzen kein Blatt vollkommen senkrecht über einem anderen stehe, sondern dass sich nur gewisse Blätter, nämlich Blatt 3, 5, 8, 13, 21 u. s. w. der Verticalen des Blattes 0 mehr und mehr nähern, dass mithin auch die Divergenz der Blätter kein rationaler Theil, z. B. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ etc., oder $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ etc. des ganzen Stengelumfangs sei, sondern sich vielmehr als ein irrationaler Abschnitt desselben darstelle, welchem als constanter, durchschnittlicher Winkel stets ein Winkel von $137^{\circ} 30' 28''$ entspreche und dass dieser Winkel nichts Anderes sei als der kleinere Abschnitt des im äussern und mittlern Verhältniss getheilten Stengelumfangs.

§. 27.

Und so ist es in der That. Denn, wie wir schon §. 17 erwähnt haben, eine proportionale Eintheilung des ganzen Kreisumfangs nach dem Verhältniss des goldnen Schnitts giebt für den Major einen Winkel von $222,492...^{\circ}$ und für den Minor einen Winkel von $137,508...^{\circ}$, und nur wenn der Bogen von Blatt 0 zu Blatt 1, von Blatt 1 zu Blatt 2 u. s. w. einem dieser beiden Winkel entspricht, bildet sich diejenige Anordnung der Blätter, welche die vorherrschende ist und den Blättern 3, 5, 8, 13 u. s. w. eine Stellung über dem Blatt 0 giebt, welche der senkrechten Stellung mit jeder höheren dieser Zahlen näher kommt, und zwar so, dass die immer kleiner werdende Differenz abwechselnd in einem Plus und Minus besteht, also sich fort und fort um die Vertikale bewegt. Ohne Zweifel stellt sich also das Verhältniss des goldnen Schnitts als das eigentliche Normalverhältniss der Blattstellung dar. Sofern aber dasselbe nach §. 5 ein ideales, in endlichen Grössen nie ganz genau zu erreichendes ist, sind die Abweichungen von demselben, wie sie sich in den verschiedenen Formen der Blatt-

stellung, welche man als Blattstellungen von $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$ etc. Divergenz zu bezeichnen pflegt, darstellen, nicht als zufällige Abnormitäten, sondern vielmehr als nothwendige, durch das Gesetz selbst bedingte Modificationen des Normalverhältnisses aufzufassen; es stehen sich mithin die Theorien der deutschen Botaniker und der Gebrüder Bravais keineswegs als einander entgegengesetzte und sich gegenseitig aufhebende Theorien gegenüber, sondern sie tragen und ergänzen einander gegenseitig und unterscheiden sich nur darin, dass diese mehr die ideale Einheit, jene mehr die realen Variationen des die Blattstellung regelnden Verhältnisses hervorheben. Beide Theorien sind mithin gleich berechtigt und darum jede für sich allein nicht ausreichend: denn hält man bloss an jener fest, so giebt es keinen Uebergang von den höheren Arten der Blattstellung zur sogenannten oppositiven oder $\frac{1}{2}$ Stellung; und folgt man bloss dieser, so erscheinen sämtliche Arten nicht als Realisationen einer und derselben Grundidee, sondern als grundverschiedene Glieder einer nur durch Aggregation zusammenhängenden Kette.

Was aber ganz entschieden dafür spricht, dass nicht bloss die aus der Natur der Spirallinie, noch auch bloss die aus den Wesen einer rücklaufenden Reihe abgeleiteten Verhältnisse, sondern das beiden zum Grunde liegende Verhältniss des goldnen Schnitts als das eigentlich normirende und maassgebende angesehen werden muss, ist der Umstand, dass sich dasselbe auch noch in vielen anderen Beziehungen an der Construction der Pflanzen, z. B. schon bei der Zellenbildung, beim Bau des Zellengewebes, in den Grössenverhältnissen und Formen des Stammes, der Zweige, der Stengelglieder, der Blätter, Blüthen und Früchte als das vorherrschende und mittlere erkennen lässt, wo weder die Ableitung aus der Spirale, noch aus der rückläufigen Reihe anwendbar ist, und dass gerade hiedurch die Organisation der Pflanzenformen als in Uebereinstimmung mit der Organisation der animalischen Formen, ja mit einem die ganze Formen-

welt durchdringenden Grundgesetz erkannt wird. Ausführlicheres hierüber enthält meine Proportionslehre S. 337—380 und ein Aufsatz in der „Natur“ (1855, Nr. 37—40), „Die Verhältnisse der Menschengestalt und der Blattstellung in ihrer Gleichheit und Verschiedenheit.“

V. In Beziehung auf die Formen der Krystalle.

§. 28.

Nach dem, was ich bis jetzt in dieser Beziehung beobachtet habe, lässt sich in diesem Gebiet das hier erörterte Verhältniss nicht als das vorherrschende betrachten: denn hier dominirt im Allgemeinen das Princip der strengen Regelmässigkeit und Gleichtheilung. In denjenigen Fällen jedoch, in welchen von diesem Prinzip abgewichen wird oder wo sich in Folge jenes Prinzips selbst ungleiche Maasse der mit einander in Beziehung stehenden Dimensionen, Axen, Kanten, Winkel u. s. w. ergeben, lässt es sich so vielfach mit mehr oder weniger Genauigkeit ausgeprägt wiederfinden, dass es auch hier das mittlere und die Abweichungen vom Gleichmaass zügelnde Verhältniss zu sein scheint.

So hat z. B. in der rhombenförmigen Begränzungsfläche des Rhombendodekaëders der kleinere Winkel $70,6^\circ$, dagegen der grössere $109,4^\circ$ Grad. In demselben Verhältniss steht der kleinere Durchmesser des Rhombus zum grösseren. Dagegen verhält sich jede der vier Seiten zum längeren Durchmesser wie $65,1 : 109,4$. Nun ist aber:

das erstere Verhältniss $70,6 : 109,4 = 1 : 1,550$

das letztere Verhältniss $65,6 : 109,4 = 1 : 1,680$;

mithin:

das Durchschnittsverhältniss $146,2 : 218,8 = 1 : 1,615$;

also ein Verhältniss, welches vom Normalverhältniss $1 : 1,618$ nur um einen minutiösen Bruchtheil verschieden ist.

§. 29.

Im Pyramidenwürfel steht bekanntlich die Höhe der Pyramide zur Seite der Basis in den Verhältnissen $1 : 2$, $1 : 3$, $1 : 5$; $2 : 3$ und $2 : 5$. Schon in diesen Zahlen lässt sich die Correspondenz des Fortschritts mit der dem Gesetz der Blattstellung zum Grunde liegenden Progression nicht verkennen. Bei genauerer Vergleichung der bei diesen Formen in Beziehung stehenden Dimensionen findet man aber auch das Verhältniss selbst mehrfach wieder.

Steht die Höhe der Pyramide zur Seite der Basis im Verhältniss $1 : 2$, so verhält sich die Höhe zur Kante der Pyramide wie $1 : 1,71$, und zur Höhe des die Pyramide begränzenden Dreiecks wie $1 : 1,41$; das Durchschnittsverhältniss dieser beiden Verhältnisse ist aber $1 : 1,56$, welches von dem Verhältniss $5 : 8 = 1 : 1,60$ nur wenig verschieden ist.

Steht die Höhe der Pyramide zur Seite der Basis im Verhältniss $1 : 3$, so verhält sich die Höhe des sie begränzenden Dreiecks zur Seite der Basis wie $3,61 : 6 = 1 : 1,66$, also wie $3 : 5$; und die halbe Basis zur Kante der Pyramide wie $3 : 4,70 = 1 : 1,566$, also nahezu wie $5 : 8$.

Steht die Höhe der Pyramide zur Seite der Basis im Verhältniss $2 : 3$, so steht die halbe Seite der Basis zur Höhe des die Pyramide begränzenden Dreiecks im Verhältniss $3 : 5$.

Steht endlich die Höhe der Pyramide zur Seite der Basis im Verhältniss $2 : 5$, so verhält sie sich zur Höhe des die Pyramide begränzenden Dreiecks wie $2 : 3,2 = 5 : 8$. Noch näher aber kommt dem Normalverhältniss des Major zum Minor $1 : 0,618$ das Verhältniss der Kante der Pyramide zur halben Seite der Basis, welches $= 1 : 0,614$ ist, also nur um 4 Tausendstel differirt. Dieses Verhältniss ist aber an einem Krystall dieser Form gerade dasjenige, welches zwischen den zumeist in die Augen fallenden und zusammengehörigen Grössen Statt findet, da selbstverständlich auf jede von den 24 Kanten der

Pyramiden nur eine halbe von den 12 Kanten des Würfels kommt.

§. 30.

Im Pentagonal-dodekaëder steht in den begrenzenden Fünfecken die Seite des Fünfecks zum Durchmesser des Fünfecks stets in einem eigenthümlichen durch das Verhältniss des goldnen Schnitts zu bestimmenden Verhältniss. Die Seite des Fünfecks ist nämlich stets die Summe des Halbmessers und des fünften Gliedes der unserem Verhältniss entsprechenden absteigenden Reihe, wenn man den Durchmesser als Ganzes oder als das Glied 0 der Reihe betrachtet. Wird z. B. der Durchmesser = 1000 angenommen, so ist die Seite des Fünfecks = $500 + 90,1\dots$. Vgl. Euklid XIII, 11.

In den Krystallen mit zwei ungleichen Axen besteht zwischen der längeren Haupt- und der kürzeren Queraxe nicht selten ein dem unsrigen nahekommendes Verhältniss, z. B. beim Zirkon das Verhältniss $1 : 0,64$. In solchen mit drei ungleichen Axen pflegen sich die Verhältnisse um das Normalverhältniss zu bewegen, z. B. beim Salpeter, dessen drei Achsen sich wie $1 : 0,701 : 0,589$ verhalten, dergestalt, dass die eine der Nebenaxen das Normalmaass $0,618$ überschreitet, die andere dahinter zurückbleibt und beide zusammen das mittlere Verhältniss $1 : 0,645$ geben. Aehnlich scheint es sich mit dem Verhältniss der Maasse der durch Abstumpfung oder Zuspitzung entstandenen Flächen zu den Maassen der ursprünglichen Flächen und deren Reste zu verhalten; doch müssen wir die weitere Verfolgung dieser Fragen den Krystallographen von Fach überlassen.

VI. In Beziehung auf die chemische Mischung der Substanzen.

§. 31.

In dieser Hinsicht entspricht dem Verhältniss des goldnen Schnitts die Zusammensetzung der atmosphärischen Luft, des menschlichen Blutes, der Cerebrinsäure, des Proteïns, Albumins,

Fibrins, Caseïns etc., und andererseits des Morphins, Caffeïns, Theïns, Theobromins etc. dergestalt, dass sich in diesen und andern für den menschlichen Organismus besonders wesentlichen und wichtigen Stoffen das Quantum des Sauerstoffs zur Summe aller übrigen Stoffe wie $m^3 : M^3$ mit geringen Schwankungen nach der einen oder andern Seite hin zu verhalten pflegt. Ebenso entspricht ihm in den dem Körper vorzugsweise zuträglichen Nahrungsmitteln das Verhältniss zwischen den blutbildenden und wärmeerzeugenden Stoffen, während die Zusammensetzung solcher Substanzen, welche, wie Säuren, Fette, Gewürze etc. nicht für sich allein, sondern nur in Verbindung mit anderen, die ihre Wirkungen paralysiren, zu geniessen sind, mehr oder minder stark von dem Verhältniss des goldnen Schnitts abweichen und namentlich die Gifte zumeist von ihm differiren. Auch unter den anorganischen Stoffverbindungen zeigt sich daher das Verhältniss nur ausnahmsweise, und zwar wiederum an Stoffen, die für die Organismen von wesentlicher Bedeutung sind, z. B. als Verhältniss des einfachen Minor zum einfachen Major mit geringer Abweichung zu Gunsten des Minors beim Kochsalz, und als Verhältniss des Minor im Kubus zum Major im Kubus mit geringer Abweichung zu Gunsten des Majors beim Ammoniak. — Das Nähere giebt die nachfolgende Abhandlung.

VII. In Beziehung auf die Akustik und die harmonische Verbindung der Töne.

§. 32.

Betrachten wir den Grundton der musikalischen Skala nach der Zahl der Schwingungen als 1, so entsprechen den Zahlen der vom Verhältniss 1 : 1 zum Verhältniss des goldnen Schnitts überleitenden Zahlenreihe in der C-Tonleiter folgende Töne:

$1 : 1 : 2 : 3 : 5 : 8$
 $C : C : c : g : \overline{e} : \underline{\underline{c}}$

In ihnen wird man sofort die Töne des vierstimmigen Accords, und zwar in derjenigen Reihenfolge wiedererkennen, in

welcher sie auf das Ohr den angenehmsten Eindruck machen und in welcher sie beim Gesang verbunden zu sein pflegen. Die zwischen diesen Tönen bestehenden Verhältnisse sind die der Prime (1 : 1), der Octave (1 : 2), der Quinte (2 : 3), der grossen Sexte oder der transponirten kleinen Terz (3 : 5) und der kleinen Sexte oder der transponirten grossen Terz (5 : 8). Vergleichen wir diese Verhältnisse einzeln mit einander nach dem mehr oder minder angenehmen Eindruck, den die ihnen entsprechenden Zweiklänge auf das Gehör machen, so erscheint das Verhältniss der Prime (1 : 1), die Verbindung von zwei völlig gleichen, unisonen Tönen zwar höchst einfach und in keiner Weise beleidigend, entbehrt aber auch jedes anregenden, das Bedürfniss nach Mannigfaltigkeit befriedigenden Moments. Das Verhältniss der Octave (1 : 2) macht bereits eine in dieser Hinsicht befriedigendere Wirkung; aber trotzdem erscheint uns auch diese Tonverbindung noch als leer, weil in ihr zwei Töne vereinigt sind, zwischen denen ein so starker Gegensatz und Unterschied besteht, dass der eine im andern unmittelbar verschwindet, d. h. wie 1 in 2 ohne Rest in ihm aufgeht und mithin nicht ein anderer, selbstständiger, sondern derselbe Ton zu sein scheint. Das Verhältniss der Quinte (2 : 3) strebt eine Vermittlung dieser beiden Verhältnisse an, und darum besitzt sie als Accord schon eine höhere Bedeutung, besonders in so fern, dass sie zwei wirklich verschiedene Töne mit einander verbindet. Aber nichtsdestoweniger ist ihr Eindruck auf das Gefühl kein rein angenehmer. Das Ohr kann sie nicht allein und namentlich nicht zum Schluss vertragen. Sie befriedigt zu einseitig das Bedürfniss nach Verschiedenheit, aber nicht das nach Einheit, sie vermag daher zwar anzuregen, aber nicht zu beruhigen.

§. 33.

Eine höhere und wirklich ausreichende Befriedigung geht dagegen von den beiden folgenden Accorden, der grossen und

der kleinen Sexte ($3 : 5$ und $5 : 8$) aus. Sie genügen zugleich dem Verlangen nach Verschiedenheit und nach Einheit, sie wirken zugleich anregend und beruhigend, und sie können daher ebensowohl in der Mitte wie zum Schluss eines Musikstücks, nicht bloss in Verbindung mit anderen Tönen, sondern auch für sich allein angewandt werden. Sie müssen daher nach dem Urtheil des musikalischen Gehörs und nach der seit Jahrhunderten geübten Praxis aller Tonsetzer unbedingt als die beiden vollkommensten und befriedigendsten unter sämtlichen Zweiklängen betrachtet werden: denn alle übrigen Zweiklänge, welche nicht wie die Quarte bloss eine Transposition oder Ergänzung der Quinte oder wie die beiden Terzen bloss Transpositionen oder Ergänzungen der beiden Sexten sind, wirken, für sich allein genommen, noch weniger befriedigend als die obengenannten und gelten daher als solche mit Recht für Dissonanzen.

§. 34.

Auch hier also stellen sich diejenigen beiden Verhältnisse, welche sich von allen musikalischen Intervallen am nächsten und engsten um das Verhältniss des goldnen Schnitts bewegen, als die höchst befriedigenden dar; was aber ihre geringe Abweichung von diesem Normalverhältniss betrifft, so ist nach §. 10 die der kleinen Sexte ($5 : 8 = e + \bar{c}$), also des Durzweiklangs, eine minorbevorzugende, dagegen die der grossen Sexte ($3 : 5 = es + \bar{c}$), also des Mollzweiklangs, eine majorbevorzugende; es zeigt sich also hier mit überraschender Klarheit, dass der charakteristische Unterschied zwischen dem Dur- und Mollaccord ganz auf denselben Modificationen des Normalverhältnisses beruht, wie die charakteristischen Unterschiede der männlichen und weiblichen Gestalt — eine Analogie, welche stets gefühlt, aber erst hiemit erkannt worden ist. Eine Vermittlung dieses Unterschiedes wird durch den Dreiklang erreicht, welcher stets aus der Verbindung eines Dur- und Mollzweiklangs (als

Sexte oder Terz) besteht und sich also mit der Verbindung von Mann und Weib vergleichen lässt.

Hierauf beschränkt sich jedoch die Bedeutung unseres Verhältnisses für die musikalische Harmonie nicht; vielmehr gelangt man durch eine consequente Verfolgung der aufsteigenden Tonreihe nach Analogie der dem Normalverhältniss immer näher führenden Zahlenreihe (8, 13, 21, 34 etc.) nach und nach zu sämtlichen Tönen, und zwar dergestalt, dass die beiden nächstzusammenliegenden abwechselnd einen Moll- und Durzweiklang, z. B. $c + a$, $a + f$, $f + d$ etc. bilden und die drei nächstzusammenliegenden, z. B. $c + a + f$, $a + f + d$ etc. stets den Tönen des Dreiklangs entsprechen. Es lassen sich also die Accorde sämtlicher Tonarten und zugleich die Uebergänge zwischen ihnen aus jener Progression ableiten, und zwar weit einfacher, als es auf irgend eine andere Weise bis jetzt gelungen ist.

§. 35.

Dies ist auch noch in anderer Weise möglich. Betrachtet man die Töne innerhalb einer Octave, also von c bis $\overline{c}$, als ein in sich abgeschlossenes Ganzes von 13 gleichen Theilen, wie es bei der zwölfstufigen Eintheilung der Tonleiter nahezu der Fall ist, und theilt man dann dieses Ganze nach dem Verhältniss des goldnen Schnitts, so erhält man als Minor die Distanz c bis e und als Major die Distanz e bis $\overline{c}$. Nimmt man sodann mit dem Major wiederum dieselbe Theilung vor, so erhält man als Minor das Intervall e bis g und als Major g bis $\overline{c}$; und unterwirft man endlich auch diesen Major der nämlichen Theilung, so erhält man als Major g bis b und als Minor b bis $\overline{c}$. Man gelangt also nach einander zu den Intervallen der Terz und Sexte, der Quinte und Quarte, der Septime und Secunde, also zuerst zum Accord cec , dann zum Accord $ceg\overline{c}$, und endlich zum Accord $cegbc$, von denen uns der mittlere, welcher die dreizehn Töne der Skala in eine symmetrische Gruppe nach dem Schema

5 + 3 + 5 theilt, als der absolut befriedigendste erscheint, während der erste eine Vermehrfachung, der letzte hingegen — bekanntlich der Septimenaccord — eine Vereinfachung der Eintheilung wünschenswerth erscheinen lässt. Dass übrigens der vierstimmige Hauptaccord $\text{ceg}\bar{\text{c}}$ wirklich auf einer derartigen Eintheilung beruht, kann man am leichtesten daraus erkennen, dass die drei Töne, welche zum Grundton hinzutreten, nämlich e, g und c, in der diatonischen Tonleiter dem dritten, fünften und achten, dagegen in der chromatischen Tonleiter dem fünften, achten und dreizehnten Ton, also der proportionalen Zahlenreihe 3, 5, 8, 13 etc. entsprechen. Eine ausführlichere Darstellung giebt meine „Proportionslehre“ S. 412—444. „Aesthetische Forschungen“ S. 235 — 248.

VIII. In Beziehung auf das Planetensystem.

§. 36.

Die mittleren Abstände der Planeten von der Sonne sind in runden Zahlen bekanntlich folgende:

Merkur	8 Mill.	Mars	32 Mill.	Saturn	196
Venus	15	Asteroiden	55	Uranus	395
Erde	21	Jupiter	108	Neptun	626.

Schon in diesen Zahlen und ihrem Verhältniss zu einander ist eine Verwandtschaft mit der dem Verhältniss des goldnen Schnitts entsprechenden Zahlenreihe nicht zu verkennen. In den fünf ersten Gliedern sind die Schwankungen nur unbedeutend und paralysiren sich gegenseitig, indem bei den Zahlen 15 und 32, welche den Abstand der Venus und des Mars bezeichnen, die Abweichung von den Proportionalzahlen 13 und 34 einerseits in einem Plus, andererseits in einem Minus besteht. Das Verhältniss des Erdaabstandes zum Marsabstande nähert sich daher bereits ein wenig dem Verhältniss der Gleichheit. Noch stärker wird diese Annäherung zwischen Mars und den ersten Asteroiden, und unter den Asteroiden selbst wird dieses Verhält-

niss (1 : 1) fast genau erreicht: denn die Abstände der nächst-zusammenliegenden, z. B. der Metis und Hebe, sind ziemlich dieselben. Zwischen den entfernteren treten jedoch wieder grössere Differenzen ein, und der Abstand der — nach den bisherigen Entdeckungen — entferntesten (circa 66) verhält sich zum Abstände des Jupiter (108) wieder nahezu wie Minor zu Major. In den nächstfolgenden Gliedern tritt nun wieder eine entschiedene Ueberschreitung des Verhältnisses ein, und zwar in umgekehrter Weise wie bei den Asteroiden, so nämlich, dass sich die Differenz der Abstände nahezu um das Verhältniss 1 : 2 bewegt: denn $108 : 196$ ist $= 1 : 1,81...$ und $196 : 395$ ist $= 1 : 2,01...$ Im letzten Gliede endlich kehrt diese Abschweifung wieder ziemlich genau zum Normalverhältniss zurück: denn $395 : 626$ ist $= 1 : 1,59...$ und ist mithin ziemlich mit dem Verhältniss 5 : 8 identisch. — Im Allgemeinen lässt sich also das System dieser Verhältnisse so ausdrücken: Zwischen den Abständen der beiden ersten und der beiden letzten der bisher bekannten Planeten besteht mit geringen Abweichungen das Normalverhältniss. In Betreff der übrigen muss man drei Gruppen, nämlich die kleinen, die grossen und die mittel-grossen Planeten unterscheiden. Die kleinen bewegen sich um das Verhältniss der Gleichheit (1 : 1), die grossen um das Verhältniss der Duplicität (1 : 2), und die mittel-grossen um das Normalverhältniss (1 : 1,618).

§. 37.

Dass das Verhältniss des goldnen Schnitts wirklich das Durchschnittsverhältniss der zwischen den Planetenabständen bestehenden Verhältnisse ist, erhellt auch aus Folgendem. Die Entfernungen des Merkur von der Sonne, der Venus vom Merkur, der Erde von der Venus etc. drücken sich in folgenden runden Zahlen aus: 8, 7, 6, 11, 23, 53, 88, 199, 231. Die erste Distanz verhält sich also zur zweiten wie 8 : 7, die zweite zur dritten wie 7 : 6 u. s. w. Drücken wir diese Ver-

hältnisse in Decimalbrüchen aus, so stellen sie sich folgendermassen dar:

Sonne-Merkur : Merkur-Venus	8 : 7 = 1 : 0,875
Merkur-Venus : Venus-Erde	7 : 6 = 1 : 0,857
Venus-Erde : Erde-Mars	6 : 11 = 1 : 1,833
Erde-Mars : Mars-Asteroiden	11 : 23 = 1 : 2,090
Mars-Asteroiden : Asteroiden-Jupiter	23 : 53 = 1 : 2,304..
Asteroiden-Jupiter : Jupiter-Saturn	53 : 88 = 1 : 1,660..
Jupiter-Saturn : Saturn-Uranus	88 : 199 = 1 : 2,261..
Saturn-Uranus : Uranus-Neptun	199 : 231 = 1 : 1,214..

Zählt man alle diese Verhältnisse zusammen, so erhält man das Durchschnittsverhältniss $8 : 13,094... = 1 : 1,636$, eine dem Normalverhältniss sehr nahekommende majorbevorzugende Modification. Sucht man aber die Mitte zwischen den beiden extremsten Verhältnissen $1 : 0,875$ und $1 : 2,304$, so erhält man das Verhältniss $1 : 1,588$, also eine minorbevorzugende Modification des Normalverhältnisses. Wie man daher auch das mittlere Verhältniss aufsuchen möge, man gelangt im Wesentlichen stets zu demselben Resultat.

§. 38.

Rücksichtlich der Kubikwurzeln ihres Kubikinhalts bestehen zwischen den nächstzusammenliegenden Planeten folgende Verhältnisse:

Merkur : Venus	$\sqrt[3]{104} : \sqrt[3]{2641} = 4,7 : 13,8 = 1 : 2,93.$
Venus : Erde	$\sqrt[3]{2641} : \sqrt[3]{2660} = 13,8 : 13,8 = 1 : 1.$
Erde : Mars	$\sqrt[3]{2660} : \sqrt[3]{315} = 6,8 : 13,8 = 1 : 2,03.$

In runden Zahlen ausgedrückt schwanken also die Wurzelgrössen dieser vier ersten Planeten zwischen den Verhältnissen $1 : 3$, $1 : 1$ und $1 : 2$, deren Durchschnittsverhältniss $= 1 : 2$ ist.

Jupiter : Saturn	$\sqrt[3]{4200100} : \sqrt[3]{2269650} = 161 : 131 = 1,23 : 1.$
Saturn : Uranus	$\sqrt[3]{2269650} : \sqrt[3]{254830} = 131 : 63 = 2,08 : 1.$
Uranus : Neptun	$\sqrt[3]{254830} : \sqrt[3]{203700} = 63 : 58 = 1,08 : 1.$

Substituirt man hiefür die runden Verhältnisse $5 : 4$, $2 : 1$ und $1 : 1$, so erhält man als Durchschnittsverhältniss für die vier letzten Planeten das Verhältniss $8 : 6 = 4 : 3$. Zwischen diesem Durchschnittsverhältniss und dem obigen ($1 : 2$) liegt aber als mittleres Verhältniss das Verhältniss $2 : 3$. Auch in dieser Beziehung erweisen sich also die Verhältnisse der in §. 10 entwickelten Reihe als die durchschnittlichen. Bemerkenswerth ist noch, dass diese Verhältnisse und die äussersten Gränzen derselben eine überraschende Analogie mit denen der chemischen Aequivalente zeigen: denn auch diese bewegen sich zwischen den Verhältnissen $1 : 1$ und $1^3 : 3^3$. Siehe §. 97.

IX. In Beziehung auf die Gestaltung der Erdoberfläche.

§. 39.

Hier kommt es vor Allem auf das Verhältniss zwischen dem Areal der Feste zu dem des Flüssigen an. Nach Rigaud ist dasselbe $= 100 : 270$, nach Alexander von Humboldt $= 1 : 2^{4/5} = 100 : 280$. Dies entspricht auf das Ueberraschendste dem Verhältniss $3^2 : 5^2$, denn dieses ist $= 9 : 25 = 100 : 277...$, es liegt also gerade inmitten der beiden schwankenden Angaben.

Nicht anders ist es mit dem Verhältniss zwischen dem festen Areal der westlichen und dem der östlichen Halbkugel. Jenes beträgt 662900, dieses zusammen 1704000 Quadratmeilen. Das Verhältniss zwischen diesen beiden Grössen ist aber $= 1 : 2,57$, und dieses $= 5^2 : 8^2$.

Offenbar steht also in Betreff ihrer Hauptgliederung auch die Erdoberfläche mit unserem Verhältniss im Einklange. Die weitere Verfolgung dieser Sache hat ihr Missliches, sofern sich die Gränzen der zu einander in Verhältniss zu setzenden Ländermassen nicht mit derselben Sicherheit wie bei denen der östlichen und westlichen Hemisphäre bestimmen lassen. Ich will daher hier nur noch andeutungsweise und, ohne ein Gewicht darauf zu legen, bemerken, dass sich der Flächeninhalt von Afrika

zu dem der drei übrigen Welttheile der östlichen Hemisphäre ziemlich genau wie $2^2 : 3^2$; ferner der von Europa und Australien zusammengenommen zu dem von Asien nahezu ebenso, und endlich der von Europa zu Australien, so wie der von Nordamerika zu Südamerika annäherungsweise wie $1^2 : 1^2$ verhält, und zwar dergestalt, dass auch hier die Abweichungen einerseits in einem Plus, andererseits in einem Minus bestehen und dadurch sich gegenseitig aufheben.

§. 40.

Auch die Gestalt, welche die feste Oberfläche beider Hemisphären durch die begränzenden Meere, Meerbusen und Buchten erhält, harmonirt in auffallender Weise mit dem hier in Rede stehenden Verhältniss. Die Entfernung vom Aequator bis zu jedem der beiden Pole ist bekanntlich in 90 Grade eingetheilt. Theilt man diese Distanz nach dem Verhältniss des goldenen Schnitts, so fallen die Hauptdurchschnitte mit dem 13, 34, 55 und 68sten Grade der nördlichen und südlichen Halbkugel zusammen; diese bezeichnen aber sämmtlich sehr wesentliche und unmittelbar ins Auge fallende Abschnitte des Continents. Der dreizehnte Grad correspondirt im Norden mit der nördlichen Gränze des südamerikanischen Festlandes, mit dem breitesten Durchmesser von Afrika und mit der durchschnittlichen Südgränze des continentalen Asiens; im Süden mit der durchschnittlichen Nordgränze von Neuholland; der vierunddreissigste Grad im Norden mit der durchschnittlichen Nordgränze des californischen und mexikanischen Meerbusens, der durchschnittlichen Nordgränze von Afrika und dem Hochlande Asiens; im Süden mit der Mündung des Rio de la Plata, der Südspitze von Afrika und der westlichen Südspitze von Neuholland; der fünfundfünfzigste Grad im Norden mit der Westspitze von Alaschka und mit den Einschnitten, welche der westliche Continent durch die Hudsonsbay, der östliche hingegen durch Nordsee, Kattegat und Ostsee, sowie durch das ochotskische Meer erleidet; im Süden

mit der Südspitze von Amerika; der achtundsechzigste Grad endlich mit dem Polarkreise und der durchschnittlichen Nordgränze von Amerika, Europa und Asien südlich vom Eismeer; im Süden mit dem südlichen Polarkreise und der Nordgränze der südlichen Polarländer.

Ich erwähne dies mit derjenigen Zurückhaltung, die in solchen Dingen nothwendig ist; übrigens kann ich nicht umhin, zu erwähnen, dass ein Parallelismus zwischen der Gestalt der Erde und der Menschengestalt in anderen Beziehungen auch schon von Andern herausgefühlt und nachzuweisen versucht ist. Mit Begeisterung hat namentlich der gedankenreiche E. A. von Schaden diese Idee ausgebildet. Nachdem er in seinen „Vorlesungen über akademisches Leben und Studium“ das Wort Goethe's angeführt: „O mich dünkt immer, die Gestalt des Menschen ist der Text zu Allem, was sich über ihn sagen lässt,“ fügt er hinzu: „ja was sich überhaupt von Allem sagen lässt, was sich auf Gestalt und Formung bezieht. Denn es giebt Nichts, dessen Configuration nicht in irgend einem Verhältnisse beschlossen läge, welches an der menschlichen Gestalt sich vorfindet. Himmel und Erde führen das Gepräge dieses Siegels und tragen daher, wenn auch in noch so rohen und kolossalen Umrissen, an ihrem mächtigen Leib die Physiognomie der menschlichen Gestalt.“ Im Folgenden giebt er hiefür mehrere z. Th. treffende Belege.

X. In Beziehung auf die Architektur und verwandte Künste.

§. 41.

Es liegt in der Natur der Sache, dass ein Verhältniss, welches die Natur fast bei allen ihren Bildungen und Compositionen zum Normalverhältniss gewählt hat, auch für die Kunst von höchster Wichtigkeit ist, und dass dieselbe, selbst ohne es zu wissen und zu wollen, in bald strengerer, bald freierer Weise davon Anwendung macht. Am natürlichsten ist dies bei solchen Kün-

sten, die es geradezu mit Nachahmung natürlicher Gebilde, z. B. der Menschengestalt, zu thun haben, aber auch bei selbstständig schaffenden Künsten, wie die Architektur, kann es nicht befremden, sofern die Verhältnisse der Menschengestalt von jeher als die vollkommensten erkannt sind und sich dem Auge und Gefühl des Künstlers auch in abstracto imprimirt haben, lange bevor es gelang, das sie beherrschende Gesetz zu entdecken. In der That hat sich denn auch die Baukunst von den ältesten bis in die neuesten Zeiten dieses Verhältnisses in mannigfaltigster Weise bedient, und es findet sich gerade an den anerkannt schönsten Bauwerken oft mit solcher Genauigkeit und Consequenz angewandt, dass man fast glauben möchte, es sei wirklich das maassbestimmende Princip gewesen.

§. 42.

Eine Reihe von Belegen hiefür habe ich in meiner Proportionslehre (S. 390 — 410) gegeben. So verhält sich z. B. am Parthenon von Athen die Höhe desselben (von der Grundlinie der Basis bis zur Spitze des Giebels) zur Länge des Architravs genau wie der Minor zum Major: denn nach den arithmetischen Maassangaben besteht die Höhe dieses vollendetsten aller antiken Bauwerke aus 65, dagegen die Breite, d. i. die Länge der Giebelfront, aus 107, mithin die Summe beider Dimensionen aus 172 Fuss. Theilt man diese Zahl nach dem goldnen Schnitt, so kommen auf den Major 106 — 107, auf den Minor 66 — 65 Fuss; beide Theile entsprechen also bis auf einen für die Wahrnehmung völlig verschwindenden Bruchtheil den oben angegebenen Maassen. In gleich überraschender Weise stimmt die Eintheilung der Höhe mit unserem Gesetz überein. Theilt man diese nämlich nach demselben Verhältniss, so reicht der längere Untertheil gerade bis zur Grundlinie des Gebälks und der kürzere Obertheil von da bis zur Spitze des Giebels; der Major correspondirt also mit der Höhe der Säulen nebst den

Stufen, der Minor hingegen mit der Höhe des Gebälks nebst der Höhe des Giebels. Unterwirft man den Obertheil wieder derselben Theilung, so fällt die Durchschnittslinie gerade mit der Grundlinie des Giebels, also der Gränze zwischen Giebel und Gebälk, zusammen; nimmt man aber auch mit dem Gebälk die Theilung vor, so entspricht die Höhe des Architravs dem Minor und die Höhe des Frieses und der Corniche zusammen dem Major; im letztern Abschnitt aber stehen der Fries als Major und die Corniche als Minor wiederum in dem nämlichen Verhältnisse. Interessant ferner ist, dass sich auch die Höhe des nackten Säulenschafts zur summirten Höhe der Basis einerseits und des Capitäls sammt dem Gebälk andererseits wie der Major zum Minor verhält, und dass alsdann zwischen der Höhe der Basis und der Höhe des Capitäls sammt Gebälk, also zwischen dem unterhalb und dem oberhalb des Schaftes liegenden Bau (mit Ausschluss des Giebels), abermals dasselbe Verhältniss Statt findet.

§. 43.

Diese merkwürdige Uebereinstimmung ist zwar später, aber, wie es scheint, völlig unabhängig von mir, auch durch den Architekten Röber erkannt und in dessen Schrift, „Die ägyptischen Pyramiden in ihren ursprünglichen Bildungen, nebst einer Darstellung der proportionalen Verhältnisse im Parthenon zu Athen, Dresden, 1855,“ bis in das Speciellste nachgewiesen worden. So hat z. B. nach ihm die Schmalseite folgende Verhältnisse:

Ganze Breite der Schmalseite		101' 1,74" = 1000.
Innere Breite der Cella		62' 6" = 618.
Rechts und links von der Cella.	Cellamauer	} 38' 7,74" = 381,7.
	Obere Stufe	
	Untere Stufe	
	Breite des Säulengangs	

Die Cella bildet also den Major, dagegen die Summe dessen, was sich rechts und links von der Cella befindet, zusammen den

Minor der ganzen Schmalseite. — Das Verhältniss der Schmalseite zur Langseite ist $= 4 : 9$; mithin verhalten sich auch die Flächen beider Seiten, da die Höhe derselben gleich ist, wie $4 : 9$ oder wie $2^2 : 3^2$.

Nach Röber bestehen auch die Maasse der Säulendurchmesser, der Säulenzwischenweiten, der Anten, des Opisthodomos etc. sämmtlich aus Bruchtheilen oder Multiplis der unserem Verhältniss entsprechenden Proportionaltheile; doch können wir ihm hier in diese Einzelheiten nicht folgen. Dagegen müssen wir besonders hervorheben, dass nach seiner Entdeckung und den von ihm gegebenen Belegen auch die Verhältnisse der ägyptischen Pyramiden demselben Normalverhältnisse entsprechen, indem sich in der Regel die Höhe zur Basis wie Minor zu Major verhält und auch im Innern ähnliche Verhältnisse vielfach wiederkehren. Ich verweise in dieser Hinsicht auf die Röber'sche Schrift und meinen Bericht über dieselbe in der „Allgemeinen Zeitung,“ 1855, Nr. 354—356, und bemerke nur noch, dass auch die Zeichnungen in dem Lepsius'schen Prachtwerke, „Denkmäler aus Aegypten und Aethiopien,“ nicht wenig Belege für die Anwendung dieses Verhältnisses beim Pyramidenbau liefern.

§. 44.

In nur wenig abweichender Weise finden sich die hauptsächlichsten von den Proportionen des Parthenon auch an anderen antiken Bauwerken wieder, z. B. an den Propyläen der Akropolis, am Erechtheum, am Theseustempel, am Jupitertempel zu Agrigent, am Apollotempel zu Bassä u. s. w.; und so findet sich das Verhältniss des goldnen Schnitts auch an Werken der gothischen und modernen Baukunst in den verschiedensten Beziehungen, besonders aber bei der Gliederung der Höhe, angewandt. Belege und Veranschaulichungen liefert meine Proportionslehre. Ausserdem verweise ich auf einen Aufsatz in Ding-

ler's „Polytechnischem Journal“ (1855, Bd. CXXXVII. H. 5.) und enthebe zum Schluss daraus Folgendes: „Nicht minder anwendbar als für die Construction und Gliederung ganzer Gebäude ist das Gesetz auch für die Gestaltung einzelner Bestandtheile derselben, z. B. der Thüren, Fenster, Treppen, Gesimse, Consolen, Arabesken und sonstigen Ornamente. Die ästhetische Bedeutung derselben folgt schon daraus, dass die den Formen dieser Gegenstände zum Grunde liegenden geometrischen Figuren, z. B. Dreiecke, Oblongen, Rhomben, Achtecke, Ellipsen, Ovale, Kreuze, Sterne u. s. w., gerade dann eine dem Auge wohlthuende Gestalt haben, wenn sie auf die eine oder die andere Weise nach dem Verhältniss des goldnen Schnitts gebildet sind, z. B. wenn sich Länge und Breite, Grundlinie und Höhe, längere und kürzere Seite, längerer und kürzerer Radius oder sonstige im Maass verschiedene Dimensionen einer Figur gerade wie Major und Minor oder wie ein Product derselben zu einander verhalten. So ist z. B. eine Ellipse, in welcher sich die kürzere Achse zur längeren entweder wie der Major zum Ganzen, also ungefähr wie 5 : 8, oder wie der doppelte Minor zum Ganzen, also etwa wie 6 : 8 verhält, eine sehr wohlgefällige; und ein dem Schönheitssinn entsprechendes Oval — nämlich das der Kopfform zum Grunde liegende — lässt sich vielleicht auf keine andere Weise so leicht und sicher als mit Hülfe des goldnen Schnitts construiren, indem es ganz einfach durch die Verbindung zweier in zwei Punkten sich schneidenden Kreise herzustellen ist, von denen der grössere einen Halbmesser vom Maasse des Majors, der kleinere dagegen, dessen Centrum in der Peripherie des grössern liegen muss, einen Halbmesser vom Maasse des Minors hat. Selbst die Wellenlinie, deren ästhetische Wichtigkeit stets erkannt, in ihren Maassverhältnissen aber ohne nähere Bestimmung geblieben ist, lässt sich, wie ich in meinen „Aesthetischen Forschungen“ (§. 179) gezeigt habe, in den zumeist befriedigenden Formen bequem nach unserem Ver-

hältniss construiren. *) Und so stehen auch gewisse eigenthümliche Verhältnisse der Spirallinie, aus denen die Gebrüder Bravais die Gesetze der Blattstellung abgeleitet haben, mit unserem Gesetze und einer ihm entsprechenden Kreiseintheilung, wie meine Proportionslehre (S. 372) nachweist, in nothwendigem und engstem Zusammenhange.

§. 45.

Hieraus ergibt sich zugleich seine Bedeutung für die Formation von Vasen, Bechern, Urnen, Schalen, Leuchtern und ähnlichen Gegenständen: denn sofern diese nicht Nachbildungen organischer Gebilde sind, stellen sie sich stets als mehr oder minder zusammengesetzte Combinationen geometrischer Formen dar. Von besonderer Wichtigkeit ist hier das Gesetz, wie die Proportionalität überhaupt, für die Eintheilung der Höhe, z. B. bei einem Becher die Bestimmung der Gränze zwischen dem tragenden und dem getragenen Theil, und an jedem dieser beiden Haupttheile die Maassbestimmungen für die Absätze, Schichten, Einziehungen und Ausbauschungen, für die zur Inschrift oder zu bildlichen Darstellungen bestimmte Abtheilung, für die Randverzierungen u. s. w. In sehr vielen Fällen lässt sich aber auch das Verhältniss der Breite zur Länge, resp. Höhe entweder für das Ganze oder für einzelne Theile desselben, so wie die Gliederung der horizontalen Ausdehnung, namentlich die Untereintheilung der beiden zu einander gewöhnlich gegenständlich-symmetrisch sich verhaltenden seitlichen Hälften, die Articulation des Umrisses, die concentrische Schichtung des vom Umriss umschlossenen Raumes u. s. w. auf eine geschmack-befriedigende Weise nach demselben Verhältniss bestimmen, z. B. das Format

*) Die auf diese Weise entstehenden Wellenlinien sind dieselben, auf denen die Conturen der menschlichen Gestalt beruhen; auch die besonders wohlgefälligen Schwingungen der Gebirgskämme pflegen ihnen zu entsprechen.

von Postamenten, Schränken, Commoden, Tischplatten, Kästchen, Spiegeln, Bilderrahmen, Büchern, Füllungen, Abfachungen u. s. w., das Maass des concreten Mittelstücks im Verhältniss zum Maass der dasselbe umspielenden Lineamente und Schnörkel bei Rosetten, Arabesken, Agraffen u. s. w.; der Maassunterschied breiterer und schmälerer Abtheilungen (z. B. der Triglyphen und Metopen) bei Friesverzierungen, Brüstungen, Geländern, Einfassungen, Bordüren, Tapisserien, Draperien u. s. w.“

XI. In Beziehung auf Erscheinungen im Gebiet der Poesie, Sprache, Wissenschaft, Ethik u. s. w.

§. 46.

Sofern das hier erörterte Verhältniss nicht ein blosses Zahlenverhältniss ist, sondern sich vielmehr als der Ausdruck einer allgemeingültigen Vernunftidee darstellt, welche in dem Gedanken besteht, dass ein vollkommenes, lebendiges Sein weder bei absoluter Gleichheit noch bei unbeschränkter Verschiedenheit zu existiren vermag, sondern nothwendig eine in sich selbst unendliche Vermittlung des Gegensatzes von Gleichheit und Verschiedenheit, Einheit und Mannigfaltigkeit voraussetzt: lässt sich das in diesem Verhältniss am präcisesten ausdrückende Gesetz auch im Gebiet der mehr geistigen und übersinnlichen Erscheinungen als das dem Geist bei seinem Denken, Fühlen und Handeln vorschwebende Normal- und Idealverhältniss erkennen, wenn es sich hier auch nicht mit gleicher Genauigkeit in Zahlen, Maassen und Gewichten nachweisen lässt. So finden wir es in der Poesie nicht bloss beim Bau der Verse, sondern auch bei der architektonischen Gliederung der Dichtungen selbst, in der Sprache und Wissenschaft nicht bloss bei der Innehaltung des Numerus, bei der Wahl des Ausdrucks, beim Satz- und Periodenbau, sondern auch bei der logischen Entwicklung der Begriffe und der systematischen Aneinanderreihung der Gedanken, und im Bereich

des praktisch ethischen Lebens nicht bloss in den Grundverhältnissen des Familienlebens, in der Gliederung der Stände, im Wechselverkehr der Staaten und Nationen, sondern auch in den Principien des Rechts, in den Forderungen des sittlichen Bewusstseins, ja selbst in den Grundideen des religiösen Gefühls wieder. Nähere Andeutungen hierüber enthält meine Proportionslehre, in der es mit Beziehung auf die Bedeutung des Gesetzes in der socialen und politischen Sphäre u. A. heisst: „Mann und Frau, nach §. 18. die minor- und majorbevorzugende Modification des Verhältnisses *), bilden zusammen das Ganze der Familie, welche der Urquell der Gesellschaft und allen gesellschaftlichen Verkehrs, des Völker- und Staatslebens, kurz aller ethischen Bezüge ist. So verschiedene und mannigfaltige Modificationen der Urtypus der Humanität hiebei auch erleidet, wir begegnen doch überall demselben Gegensatze eines Grössern und eines Kleinern, einer Majorität und einer Minorität, die entweder im Verlangen nach Ausgleichung und Vereinigung, oder im Erstreben noch grösserer Differenzirung begriffen sind. Die vollkommene Ausgleichung wird niemals erreicht; aber wenn sie auch erreicht werden könnte, würde sie doch nicht auf die Dauer befriedigen, ebensowenig als die Symmetrie bleibend zu befriedigen vermag. Umgekehrt kann aber auch die allzuschroffe Ausbildung der Differenzen nicht absolut genügen, sondern, wie die Unverhältnissmässigkeit und Dissonanz, nur im Vorübergehen einen Reiz ausüben. Nicht ein ewiger Frieden, nicht die Vermittlung aller socialen Unterschiede, nicht die communistische Nivellirung aller Höhen und Tiefen, doch

*) Mann und Weib verhalten sich auch rücksichtlich ihrer Totalhöhe zu einander, wie die minorbevorzugende zur majorbevorzugenden Modification, d. i. wie das Verhältniss 5 : 8 zum Verhältniss 3 : 5. d. h. wie $\frac{5}{8} : \frac{3}{5} = 25 : 24 = 100 : 96$. Dies stimmt fast genau mit den Ergebnissen der Silbermann'schen Messungen, nach welchen sich die durchschnittliche Grösse des Mannes zu der des Weibes wie 100 : 95 verhält. Vergl. Compt. rend. de l'Acad. des sciences“ 1856. p. 495.

auch nicht der ewige Krieg, nicht die allzuweite Zerklüftung der menschlichen Gesellschaft, nicht die schroffe Scheidung in absolut drückende und absolut gedrückte Elemente sind mithin die ethischen Formen, in denen die Idee der Sittlichkeit ihre vollkommnere Ausbildung erhält, sondern auch in dieser Sphäre liegt, wie in der ästhetischen, das Heilbringende in der proportionalen Gliederung des Ganzen, welche die Differenzen und Unterschiede bestehen lässt, aber sie so weit mässigt, dass jedes Kleinere durch ein Grösseres mit dem Ganzen in einen stetigen Zusammenhang gebracht wird, dass das Grössere im Kleineren seine Ergänzung sieht, das Ganze aber in dem Einen und in dem Andern einen integrirenden und darum gleich unverletzlichen Theil seiner selbst erkennt.“

Das Verhältniss des goldnen Schnitts

als

Normalverhältniss der chemischen Proportionen.

I. Bedeutung des Verhältnisses im Gebiet der organischen Substanzen.

§. 47.

Schon vor der Veröffentlichung meines Werkes über die Proportionen des menschlichen Körpers hegte ich die durch einzelne Beobachtungen unterstützte Vermuthung, dass das Verhältniss des goldnen Schnitts, welches sich bereits in so vielen Gebieten der Natur und Kunst als das Normalverhältniss erwiesen hatte, auch für die chemischen Proportionen nicht ohne Bedeutung sein werde; leider aber konnte ich damals nicht die genügende Zeit gewinnen, diesen Gedanken näher zu verfolgen, und ich begnügte mich daher, im Vorwort meines Buchs nur kurz darauf hinzudeuten. Jetzt hat sich mir diese Vermuthung bestätigt, und sofern hiedurch nicht nur die von mir aufgestellte Theorie eine bedeutende Erweiterung erfährt, sondern auch die Chemie in einen noch engeren Zusammenhang mit der Anatomie, Physiologie und den übrigen Naturwissenschaften gebracht und überhaupt zur wissenschaftlichen Erkenntniss der die ganze Weltordnung durchdringenden Einheit und Harmonie ein, wie ich hoffe, nicht unwesentlicher Beitrag geliefert wird, kann ich

nicht umhin, die in dieser Hinsicht bis jetzt von mir gemachten Beobachtungen hiemit der Oeffentlichkeit und namentlich den Männern der Wissenschaft als erste Anregung zu weiteren Forschungen zu übergeben. Auf eine vielseitige Theilnahme glaube ich rechnen zu dürfen, da die Sache nicht bloss in theoretischer, sondern auch in praktischer Beziehung, und namentlich für die Heil- und Gesundheitskunde von Interesse und Wichtigkeit ist.

Aus einer Vergleichung der durch die Chemie festgestellten Verhältnisse, nach denen die nicht-einfachen Stoffe, namentlich die organischen, zusammengesetzt sind, hat sich mir nämlich als unbezweifelbares Resultat herausgestellt, dass sich die Verhältnisse aller derjenigen Stoffverbindungen, welche für den menschlichen Organismus und den menschlichen Lebensprocess von besonderer Wichtigkeit sind, um das Verhältniss des goldnen Schnitts als um ihr Normalverhältniss bewegen und zwar um so enger und unmittelbarer, je mehr sie dem Menschen unentbehrlich und für seine Gesundheit wohlthätig sind. Um dies mit Zahlen zu beweisen, brauche ich nur einige wenige Bemerkungen vorzuschicken.

§. 48.
Nach dem dieser Abhandlung beigegebenen „Vorbericht“ ist das Verhältniss des goldnen Schnitts, wenn man den Minor als 1 annimmt, $= 1 : 1,618...$, und, wenn man den Major als 1 annimmt, $= 1 : 0,618...$ In ganzen runden Zahlen kommen ihm die Verhältnisse $3 : 5$ und $5 : 8$ am nächsten, und zwar dergestalt, dass in jenem der Major, in diesem der Minor ein wenig über das gesetzliche Maass hinausgeht, mithin jenes Verhältniss als eine majorbevorzugende, differenzsteigernde, dieses als eine minorbevorzugende, differenzmindernde Modification des in vollkommener Reinheit unausdrückbaren Verhältnisses anzusehen ist. Als Modificationen von etwas stärkerer Abweichung schliessen sich diesen beiden die Verhältnisse $2 : 3$ und $1 : 2$ an,

jenes als minorbevorzugendes, dieses als majorbevorzugendes. Wie auf diesen einander entgegengesetzten Modificationen beim menschlichen Körper die Unterschiede des männlichen und weiblichen Typus, bei den Tonverbindungen die Unterschiede des Dur- und Mollzweiklangs und so noch andere charakteristische Differenzen beruhen, so wurzeln in denselben auch wesentliche Unterschiede der Stoffverbindungen, und zwar solche, in denen sich eine Analogie mit jenen Unterschieden nicht verkennen lässt. Die Abweichungen nach dem Typus 5 : 8 und 2 : 3 tragen daher auch hier einen strengeren, mehr contrahirenden, dem männlichen Wesen entsprechenden, dagegen die Abweichungen nach dem Typus 3 : 5 und 1 : 2 einen weicheren, mehr auflösenden, dem weiblichen Wesen gleichartigen Charakter. Die Stoffverbindungen jener Art haben in ihrer Wirkung auf den menschlichen Organismus etwas Durartiges; die Stoffverbindungen dieser Art hingegen etwas Mollartiges. Die Belege werden zeigen, dass dies durchaus auf keiner Spielerei, sondern auf ganz nüchternen Beobachtungen beruht.

§. 49.

In seiner Ursprünglichkeit und Einfachheit kann sich natürlich dieses Verhältniss nebst seinen Modificationen nur an Grössen von einfacher Dimension, z. B. an Linien und zeitlichen Grössen darstellen. An Flächen hingegen muss es nothwendig im Quadrat, an Körpern nothwendig im Kubus erscheinen (§. 8). Da sich nun die chemischen Verhältnisse auf Körper beziehen, so versteht sich von selbst, dass sich diejenigen Stoffverbindungen, welche diesem Verhältniss oder seinen Modificationen entsprechen, nicht mit den Verhältnissen erster Potenz: 1 : 1,618..., 5 : 8, 3 : 5 etc., sondern mit den Kubusverhältnissen: $1^3 : 1,618...^3$, $5^3 : 8^3$, $3^3 : 5^3$ etc. correspondiren müssen. Nur da, wo man sich die chemische Zusammensetzung als eine lineare Aggregation der elementaren Atome zu denken hätte, müsste das Verhältniss in erster Potenz, und da, wo

man es sich als eine Combination von Flächen vorstellen könnte, in zweiter Potenz am Orte sein.

Um diese Kubusverhältnisse zu finden, bedarf es keiner mühsamen Rechnung: denn nach §. 8 bietet die dem Verhältniss des goldnen Schnitts entsprechende Zahlenreihe selbst den allerbequemsten Weg. Dieselbe Zahl nämlich, welche zum ersten der folgenden oder der vorangehenden Glieder im einfachen Verhältniss steht, steht zum dritten der folgenden oder vorangehenden Glieder im Kubusverhältniss, d. h. $1^3 : 1,618...^3 = 1 : 4,236...$ oder abwärts: $1^3 : 0,618^3 = 1 : 0,236$; und ebenso ist (nur wegen der fehlenden Bruchtheile minder genau) $5^3 : 8^3 = 5 : 21$ oder umgekehrt $21^3 : 13^3 = 21 : 5$.

Um die Vergleichung der durch die chemischen Untersuchungen aufgefundenen Verhältnisse mit den hier in Betracht kommenden mathematischen Verhältnissen so leicht als möglich zu machen, stelle ich die wichtigsten der letzteren in drei verschiedenen Ausdrucksformeln voran, und zwar dergestalt, dass in der ersten der Minor im Kubus (m^3) als 1, in der zweiten der Major im Kubus (M^3) als 100, und in der dritten die Summe des Minor im Kubus und des Major im Kubus als 100 angenommen ist. Es ist also:

Das Verh. des goldnen Schnitts	$1^3 : 1,618...^3 = 1 : 4,236... = 23,6 : 100 = 19,1 : 80,9$
in seiner Reinheit:	
Die minorbevorzugenden	$\left\{ \begin{array}{l} 5^3 : 8^3 = 1 : 4,09 = 24,4 : 100 = 19,6 : 80,4 \\ 2^3 : 3^3 = 1 : 3,375 = 29,63 : 100 = 22,857 : 77,143 \end{array} \right.$
Modificationen:	
Die majorbevorzugenden	$\left\{ \begin{array}{l} 3^3 : 5^3 = 1 : 4,629 = 21,43 : 100 = 17,7 : 82,3 \\ 1^3 : 2^3 = 1 : 8 = 12,5 : 100 = 11,1 : 88,9 \end{array} \right.$
Modificationen:	
Das Verhältniss der Gleichheit:	$1^3 : 1^3 = 1 : 1 = 100 : 100 = 50 : 50.$

§. 50.

Hienach können wir zur Sache selbst übergehen, wobei es zweckmässig sein wird, mit derjenigen Stoffverbindung, in welcher wir leben und weben, zu beginnen.

Die atmosphärische Luft besteht bekanntlich aus zwei

Haupt- und einigen in geringerer Quantität beigemischten Nebenbestandtheilen. Sie enthält nämlich unter 100 Theilen:

Im reinen Zustande:

Sauerstoffgas	20,8013	„	=	20,8013
Stickstoffgas	79,1570	}	„	= 79,1937
Kohlensäuregas	0,0417			
	100,00....		=	100,00....

In wasserdunsthaltigem Zustande:

Sauerstoff	20,627	„	„	= 20,627
Stickstoff	78,492	}	„	= 79,373
Kohlensäure	0,041			
Wassergas	0,840			

Im Mittel verhält sich also das Quantum des Sauerstoffs zum Quantum der übrigen Bestandtheile wie 20,7 : 79,3. Vergleichen wir dieses Verhältniss mit den oben angeführten, so kommt es am nächsten dem Verhältniss $5^3 : 8^3 = 19,6 : 80,4$, also der minorbevorzugenden Modification des Normalverhältnisses; jedoch erscheint in ihm die Bevorzugung des Minors noch um ein wenig grösser, es findet also eine geringe Annäherung an das Verhältniss $2^3 : 3^3 = 22,8 : 77,2$ Statt.

§. 51.

Diese Abweichung findet durch die Veränderung, welche das chemische Verhältniss der Luft beim Athmen erleidet, ihre Ausgleichung. Nach dem Ausathmen sind nämlich die Procente der Luft folgende:

Sauerstoff	16,033	=	16,033
Stickstoff	79,587	}	= 83,967.
Kohlensäure	4,380		

Vergleichen wir das hier zwischen dem Sauerstoff und den beiden übrigen Stoffen bestehende Verhältniss mit den obigen Verhältnissen, so correspondirt es zumeist mit dem Verhältniss $3^3 : 5^3 = 17,7 : 82,3$, also mit der majorbevorzugenden Modification des Normalverhältnisses; jedoch geht es bei dieser Be-

vorzugung ebenfalls um ein Weniges über das Verhältniss $3^3 : 5^3$ hinaus, es findet also in ihm umgekehrt eine geringe Annäherung an das Verhältniss $1^3 : 2^3 = 11,1 : 88,9$ Statt.

Vor dem Einathmen überwiegt also in der Luft der Sauerstoff als Minor, nach dem Ausathmen der Stickstoff nebst Zubehör als Major. In jenem Fall hat sie also einen strengeren, gleichsam männlichen Charakter, wie der dem Verhältniss $5 : 8$ entsprechende Durzweiklang ($e + \bar{c}$), in diesem Fall einen weicheren, gleichsam weiblichen Charakter, wie der dem Verhältniss $3 : 5$ entsprechende Mollzweiklang; Niemand aber wird leugnen können, dass diese Analogie wirklich besteht und von dem Gefühl deutlich empfunden wird: denn die stark-sauerstoffhaltige Luft wirkt spannend, kräftigend, unter Umständen reizend; die mehr stickstoffhaltige Luft hingegen ist von milderer, beruhigender, unter Umständen auch erschlaffender Wirkung. Je verschiedener die Gegenstände sind, von denen diese gleichartigen Wirkungen ausgehen, um so mehr bedarf diese Correspondenz einer Erklärung. Hier ergiebt sie sich uns auf das Einfachste aus der Erkenntniss der gleichartigen quantitativen Verhältnisse, auf denen die Zusammensetzung dieser Erscheinungen beruht. Der Grund aber dafür, dass die beiden Modificationen des Verhältnisses eine so verschiedene Wirkung ausüben, ist im Allgemeinen leicht einzusehen: denn es leuchtet unmittelbar ein, dass in irgend einem Compositum von ungleichen Theilen die Spannung eine grössere und der Conflict ein stärkerer sein muss, wenn sich der kleinere Theil dem grösseren gleichzusetzen sucht; dass hingegen Spannung und Conflict sich vermindern müssen, wenn der kleinere Theil die Neigung zeigt, von dem ihm gesetzlich zukommenden Maass noch etwas an den grösseren Theil abzugeben und in ihm, wie der Theil im Ganzen, ohne Rest aufzugehen. In jenem Fall beruht das Verhältniss auf Opposition, in diesem Fall auf Hingebung und Empfänglichkeit, und von welcher Beschaffenheit daher auch

immer die Erscheinungen sein mögen, an denen diese einander entgegengesetzten Verhältnisse sich zeigen, sie werden sich überall in der hier angegebenen Weise von einander unterscheiden.

§. 52.

Da nun die Mischung der Luft vor und nach dem Athmen mit den beiden einander entgegengesetzten Modificationen des dem goldnen Schnitt entsprechenden Verhältnisses correspondirt, so folgt nothwendig, dass inmitten des Athmens ein Uebergangsmoment existiren muss, in welchem sie mit diesem Verhältniss ganz genau im Einklange ist, und wir können daher sagen, dass der Respirationsprocess, durch den wir leben und durch den das Individuum mit dem Universum in Wechselbeziehung steht, ein sich immerfort wiederholender Durchgang durch das Verhältniss des goldnen Schnitts und ein unaufhörliches Oscilliren zwischen seinen beiden gegensätzlichen Modificationen ist.

Annäherungsweise lässt sich dies schon aus dem Mittel der beiden Modificationen erkennen. Es ist nämlich das Mischungsverhältniss der Luft:

$$\text{vor dem Athmen} = 20,7 : 79,3 = 1 : 3,83$$

$$\text{nach dem Athmen} = 16,0 : 83,9 = 1 : 5,23;$$

mithin das Durchschnittsverhältniss beider Verhältnisse $= 1 : 4,53$.

Dies ist aber mit dem Verhältniss des goldnen Schnitts im Kubus ($1 : 4,236$) so gut wie identisch, und die an sich unbedeutende Differenz, welche sich in den Wurzeln nahezu auf Null reducirt, würde ganz wegfallen, wenn das Mischungsverhältniss der Luft vor dem Athmen an einer noch reineren oder sauerstoffhaltigeren Luft bestimmt wäre.

§. 53.

Hiemit ist aber die Bedeutung dieses Verhältnisses für die atmosphärische Luft noch nicht erschöpft: denn in der ausgeathmeten Luft entspricht ihm nicht nur das Verhältniss, in wel-

chem der Sauerstoff zur Summe der beiden übrigen Stoffe steht, sondern es correspondirt mit ihm auch das zwischen der Kohlensäure und dem Sauerstoff einerseits und zwischen dem Sauerstoff und dem Stickstoff andererseits bestehende Verhältniss, und zwar dergestalt, dass das erstere der minorbevorzugenden oder männlichen, das letztere der majorbevorzugenden oder weiblichen Modification entspricht, mithin abermals eine gegenseitige Ausgleichung Statt findet. Es verhält sich nämlich nach der obigen Angabe:

die Kohlensäure zum Sauerstoff wie $4,380 : 16,033 = 1 : 1,366$;
 der Sauerstoff zum Stickstoff wie $16,033 : 79,587 = 1 : 1,496$;
 zieht man aus diesen beiden Verhältnissen, von denen das erstere dem Verhältniss $2^3 : 3^3$, das zweite dem Verhältniss $3^3 : 5^3$ am nächsten kommt, das Durchschnittsverhältniss, so erhält man das Verhältniss $1 : 4,31$, welches von dem reinen Normalverhältniss $1 : 4,23$ nur um ein ganz Unbeträchtliches differirt.

Anm. Zwischen den drei Bestandtheilen der ausgeathmeten Luft wird also die Reinheit des Verhältnisses dadurch hergestellt, dass zwei entgegengesetzte Verhältnisse mit einander vereinigt werden. Ueberraschender Weise steht dies wiederum mit den Gesetzen der musikalischen Harmonie vollkommen in Uebereinstimmung: denn auch der Dreiklang in der Musik (ceg) besteht aus der Verbindung eines Durzweiklangs ($ce = 4 : 5$, der Transposition von $e\bar{c} = 5 : 8$) und eines Mollzweiklangs ($eg = 5 : 6$, der Transposition von $g\bar{e} = 3 : 5$), was noch unmittelbarer sich zeigt, wenn er in der Form $g\bar{e}\bar{c}$ erscheint, welche genau der Proportion $3 : 5 : 8$ entspricht. Die vom menschlichen Odem durchdrungene Luft lässt sich also von Seiten ihres Mischungsverhältnisses ohne jede Phantasterei mit dem musikalischen Dreiklang vergleichen. Und von demselben Gesichtspunkte lässt sich auch die Verbindung von Mann und Weib betrachten. Dies ist kein müssiges Analogienspiel, sondern

ein Beleg für die Einheit der Weltordnung von tiefgreifendem wissenschaftlichen Werth. Will man auch solche durch Zahlen unwiderleglich nachweisbare Uebereinstimmungen nicht gelten lassen, so muss man überhaupt von Vornherein darauf verzichten, in den einheitlichen Plan des Kosmos jemals einen Blick zu thun; hiemit kann aber nur denen gedient sein, welche die Natur nur als ein blindes, schlecht-hin zufälliges Durcheinanderwirken verschiedener Stoffe und Kräfte darstellen möchten, was selbst der extremste Materialismus bis jetzt noch nicht versucht hat, indem er neben dem Zufall doch stets auch die Herrschaft ewigwaltender Naturgesetze anerkennt.

§. 54. Unter den übrigen gemischten Substanzen sind es hauptsächlich die organischen, und unter diesen wieder vorzugsweise die thierischen und die für den thierischen, und insbesondere menschlichen Organismus zuträglichen Stoffe, in welchen wir das Verhältniss mehr oder minder genau wiederfinden, dergestalt, dass sich über die Dignität und Heilsamkeit der gemischten Substanzen folgende Regel aufstellen lässt: Je mehr sich in einer Substanz das Verhältniss des in ihr enthaltenen Sauerstoffs zur Summe der übrigen Bestandtheile (Kohlenstoff, Wasserstoff, Stickstoff etc.) dem Verhältniss des goldnen Schnitts nähert, um so wichtiger ist sie für die geistige Thätigkeit, um so wohlthätiger für die leibliche Gesundheit des Menschen.

§. 55. Als die edelste und vollkommenste Substanz des menschlichen Körpers betrachtet man allgemein die Substanz des Gehirns als desjenigen Organs, welches mit dem Empfinden, Denken und Wollen, also seiner geistigen Bethätigung, im nächsten Zusammenhange steht. Von allen Substanzen des menschlichen Körpers steht aber gerade diese dem gedachten Verhältniss am

nächsten. Nach Fremy's Untersuchung ist nämlich, wie Liebig in seiner „Thierchemie“ mittheilt, der Hauptbestandtheil des Gehirnfettes die Natronverbindung von einer eigenthümlichen Säure, der Cerebrinsäure; diese enthält aber in 100 Theilen:

Kohlenstoff	66,7	}	= 80,5
Wasserstoff	10,6		
Stickstoff	2,3		
Phosphor	0,9		
Sauerstoff	19,5	= 19,5	
	100,0	= 100,0	

Der Sauerstoff steht also hier zur Summe der übrigen Bestandtheile im Verhältniss von 19,5 : 80,5, weicht also von dem Normalverhältniss in seiner Reinheit 19,1 : 80,9 nur um den minutiösen Bruchtheil von 4 Tausendsteln des Ganzen ab und steht ihm mithin noch näher als das Verhältniss der männlichen Modification $5^3 : 8^3 = 19,6 : 80,4$. — Vgl. §. 22.

§. 56.

Nahezu besteht dasselbe Verhältniss auch zwischen den übrigen Bestandtheilen der Cerebrinsäure. Der Kohlenstoff verhält sich nämlich zur Summe des Wasserstoffs, Stickstoffs und Phosphors wie 66,7 : 13,8, d. i. in umgekehrter Ordnung $= 1 : 4,8$; es weicht also hier der Major vom Major des goldnen Schnitts nur um 5 bis 6, und von dem Major der weiblichen Modification desselben ($3^3 : 5^3 = 1 : 4,62..$) nur um 1 bis 2 Vierzigstel vom Ganzen ab. War also oben das Verhältniss des Sauerstoffs zum Uebrigen ein minorbevorzugendes, so ist es hier ein majorbevorzugendes; es findet also zwischen den beiden Abweichungen auch hier eine gegenseitige Ausgleichung Statt. — Das Verhältniss des Stickstoffs zum Wasserstoff ist $= 2,3 : 10,6 = 1 : 4,6$, entspricht also genau der majorbevorzugenden Modification $3^3 : 5^3$; dagegen das Verhältniss des Phosphors zum Stickstoff ist $= 0,9 : 2,3 = 1 : 2,55$; es entspricht also einer stark minorbevorzugenden Modification, nämlich ungefähr dem Verhält-

niss $3^3 : 4^3 = 1 : 2,37$. In der Mischung der Cerebrinsäure bewegen sich also sämtliche Verhältnisse um das kubische Verhältniss des goldnen Schnitts als ihre ideale Mitte, und zwar rücksichtlich der Bestandtheile von grösserer Quantität in sehr geringen, sich gegenseitig ausgleichenden Schwankungen.

Anm. Das Verhältniss des Phosphors zum Stickstoff $1 : 2,55$ lässt sich auch als das Verhältniss $5^2 : 8^2 = 1 : 2,56$ auffassen. In diesem Fall müsste man hier eine Depotenziung des Verhältnisses annehmen.

§. 57.

Nächst der Gehirnsubstanz verdient besonders das Blut Berücksichtigung. Die Zusammensetzung desselben ist nach den Angaben Liebig's folgende:

Sauerstoff	21,30	Procent	= 21,30
Stickstoff	15,07	„	} = 78,70
Kohlenstoff	51,96	„	
Wasserstoff	7,25	„	
Asche	4,42	„	

Hier ist das Verhältniss des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Bestandtheile $= 21,3 : 78,7$, es liegt also zwischen dem Verhältniss $5^3 : 8^3 = 19,6 : 80,4$ und dem Verhältniss $2^3 : 3^3 = 22,857 : 77,143$, und entspricht mithin einer der minorbevorzugenden Modificationen. — Das Verhältniss des Stickstoffs zu der Summe des Kohlenstoffs, des Wasserstoffs und der Asche ist: $15,07 : 63,63 = 1 : 4,22$, ist also mit dem Verhältniss des goldnen Schnitts ganz genau im Einklange. Das Verhältniss des Kohlenstoffs zur Summe des Wasserstoffs und der Asche ist $51,96 : 11,67$, d. i. in umgekehrter Ordnung $= 1 : 4,45$; es nähert sich mithin der majorbevorzugenden Modification $3^3 : 5^3 = 1 : 4,62$. Das Verhältniss zwischen Asche und Wasserstoff ($4,42 : 7,25 = 1 : 1,64$) kommt unserem Verhältniss in erster Potenz sehr nahe. Das Normalverhältniss zeigt sich also auch hier zwischen den kleinsten Bestandtheilen in depotenziirter Form.

§. 58.

Nicht minder entspricht die Zusammensetzung des Blutes dem Verhältniss des goldnen Schnitts, wenn man sie nach den bereits organisirten Bestandtheilen bestimmt. Hienach besteht das Blut aus folgenden Theilen:

Wasser	78,2	= 78,2
Blutkörperchen	13,5	} = 21,8.
Eiweiss	6,7	
Salze	0,9	
Fett	0,4	
Faserstoff	0,3	

Alle übrigen Bestandtheile, ausser dem Wasser, verhalten sich also zusammengekommen zum Wasser wie 21,8 : 78,2, ein Verhältniss, welches wir annäherungsweise schon oben als eine minorbevorzugende Modification des Normalverhältnisses kennen gelernt haben. Umgekehrt steht zum Quantum der Blutkörperchen die Summe der übrigen Bestandtheile in dem majorbevorzugenden Verhältniss erster Potenz $8,3 : 13,5 = 1 : 1,63$. Zum Eiweiss haben die übrigen Stoffe das Verhältniss $1,6 : 6,7 = 1 : 4,18$, also eine nur wenig den Minor-bevorzugende Modification des Normalverhältnisses im Kubus.

Anm. Wenn hier das Eiweiss nebst den übrigen in geringerer Menge vorhandenen Stoffen zum Quantum der Blutkörperchen im nichtpotenzirten Verhältniss steht, so dürfte dies aus dem bereits zusammengesetzten Charakter der beiden Componenten und insbesondere der Blutkugeln zu erklären sein. Die Blutkugeln bestehen ihrerseits wieder aus Globulin und Hämatin, von denen der erste Stoff ähnliche Verhältnisse zeigt wie das Blut selbst, denn der Sauerstoff verhält sich in ihm zur Summe der übrigen Stoffe wie $21,0 : 79,0$; der Stickstoff zur Summe des Kohlenstoffs, Wasserstoffs und Schwefels wie $16,5 : 62,5 = 1 : 3,8$ etc. Im Hämatin steht die Verbindung von Sauerstoff und Eisen

zur Summe des Kohlenstoffs, Wasserstoffs und Stickstoffs im Verhältniss $19,3 : 80,7$, entspricht also sehr genau dem reinen Normalverhältniss; die Summe des Wasser- und Stickstoffs aber verhält sich zum Kohlenstoff wie $15,8 : 64,9 = 1 : 4,10$, ein dem vorigen sehr nahe kommendes Verhältniss.

Anm. 2. Nach der oben mitgetheilten Analyse des Blutes ist das Verhältniss des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Stoffe ein *minorbevorzugendes*. Bei ihrem Durchgange durch die Capillargefässe geben die Blutkörperchen des arteriellen Blutes eine gewisse Quantität Sauerstoff ab. Ist dies in dem Maasse der Fall, dass hiedurch das Verhältniss des Sauerstoffs zum Uebrigen ein *majorbevorzugendes* wird? — In diesem Fall würde zwischen dem arteriellen und venösen Blute rücksichtlich ihres Verhaltens zum Normalverhältniss derselbe Gegensatz bestehen, wie zwischen der Luft vor dem Athmen und der Luft nach dem Athmen, und auch das Blut würde innerhalb eines jeden Kreislaufes zweimal das reine Normalverhältniss passiren und sich zwischen seinen beiden Modificationen hin und her bewegen müssen. — Bemerkenswerth ist noch, dass sich bei der Umsetzung des Blutes 55,14 Gran Eisenoxydul mit 34,8 Gran Kohlensäure verbinden, also auch hiebei das Verhältniss von Major und Minor, jedoch in erster Potenz, innegehalten wird.

Anm. 3. Hier ist der Ort, noch zu erwähnen, dass auch das Verhältniss, in welchem die Anzahl der Athemzüge zur Anzahl der Pulsschläge innerhalb einer Minute steht, dem Verhältniss des goldnen Schnitts im Kubus sehr nahe kommt. Nach Prevost und Dumas verhält sich nämlich die Anzahl jener zur Anzahl dieser beim Menschen durchschnittlich wie $18 : 72 = 1 : 4$; nach Liebig beim Manne wie $17 : 65 = 1 : 3,82$, beim Weibe wie $15 : 60 = 1 : 4$. Hie-

nach ist beim Manne das Verhältniss ein stark-männliches, beim Weibe nur ein schwach-männliches. Sollte sich das Durchschnittsverhältniss beim Weibe $= 15 : 64$ bestimmen lassen, so würde es bereits der weiblichen Modification des Normalverhältnisses entsprechen. — Unter den Thieren zeigen die von Prevost und Dumas berücksichtigten grösstentheils ein minorbevorzugendes Verhältniss; z. B.

Simia Callitriche	30 : 90 $= 1 : 3$
Hund	28 : 90 $= 1 : 3,2$
Hase	36 : 120 $= 1 : 3,3$
Ziege	24 : 84 $= 1 : 3,5$
Pferd	16 : 56 $= 1 : 3,5$
Meerschwein	36 : 140 $= 1 : 3,9$
Taube	34 : 136 $= 1 : 4$
Katze	24 : 100 $= 1 : 4,16$

Einige dagegen ein z. Th. sehr stark majorbevorzugendes, z. B.

Huhn	30 : 140 $= 1 : 4,6$
Rabe	21 : 110 $= 1 : 5,2$
Ente	21 : 170 $= 1 : 8,1$
Lerche	22 : 200 $= 1 : 9,1$

Die beiden letzten dieser Verhältnisse gehen sogar noch ein wenig über das Verhältniss $1^3 : 2^3$ hinaus.

§. 59.

Da das Blut derjenige Stoff des Körpers ist, aus welchem alle Organe desselben die zu ihrer Erhaltung, ihrem Wachsthum, ihrer Lebensbethätigung erforderlichen Bestandtheile nehmen, so lässt sich schon hieraus der Schluss ziehen, dass überhaupt die Substanzen, aus denen der Organismus besteht und die der Mensch zur Erhaltung seiner Existenz und Bewegung in sich aufnimmt, für den Körper um so wesentlicher und heilsamer sein werden, je mehr sie in ihrer Zusammensetzung der Mischung des Blutes und dem diese Mischung regelnden Normal-

verhältniss nahe kommen. Und in der That wird dies durch eine Vergleichung der hauptsächlichsten organischen Stoffe und Nahrungsmittel bestätigt: denn es zeigt sich hiebei, dass wirklich in denjenigen Substanzen, welche durch die chemischen und physiologischen Untersuchungen als die Grundbedingungen des menschlichen Organismus erkannt sind, z. B. Proteïn, Albumin, Fibrin, Caseïn u. s. w. das Verhältniss des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Stoffe mit nur geringen Modificationen dasselbe ist, wie im Blute, und dass sie, je weiter sie sich von diesem und dem Normalverhältniss entfernen, auch um so weniger den Bedürfnissen des Lebens für sich allein zu entsprechen vermögen. Um dies so kurz als möglich nachzuweisen, will ich hier zunächst eine Scala derjenigen organischen Substanzen, die sich rücksichtlich des eben bezeichneten Verhältnisses dem Normalverhältniss oder einer seiner beiden Modificationen zunächst anschliessen, folgen lassen, und bei jeder derselben nach Analysen von Liebig, Mulder, Boussingault, Scherer, Regnault u. A. das Verhältniss des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Bestandtheile angeben.

§. 60.

Ich stelle zuerst solche zusammen, welche sich um die minor bevorzugenden Verhältnisse:

$$5^3 : 8^3 = 1 : 4,09 = 19,6 : 80,4, \text{ und}$$

$$2^3 : 3^3 = 1 : 3,375 = 22,8 : 77,2$$

bewegen.

Proteïn aus Eiweiss oder Caseïn 21,8 : 78,2.

Gehirnalbumin 21,0 : 79,0.

Thieralbumin aus Blutserum*) 21,6 : 78,4.

Thieralbumin aus Eiern 22,0 : 78,0.

*) Hier drückt die kleinere Grösse das Quantum des Sauerstoffs nicht allein, sondern in Verbindung mit dem Schwefel- und Phosphorgehalt aus. Das reine Quantum würde also noch ein wenig geringer ausfallen.

Thierfibrin	22,1 : 77,9.
Ochsenfleisch	21,3 : 78,7.
Gebratenes Ochsenfleisch*)	19,9 : 80,1.
Gebratenes Rehfleisch	20,4 : 79,6.
Gebratenes Kalbfleisch	20,5 : 79,5.
Thiercasein	21,7 : 78,3.
Pflanzenalbumin (mit Phosphor und Schwefel) aus Roggen	21,6 : 78,4.
Pflanzencasein	21,4 : 78,6.
Pflanzenleim	21,3 : 78,7.
Pflanzenfibrin	22,0 : 78,0.

§. 61.

Man sieht, dass sich alle diese Stoffe mit geringen und auch nach anderen Analysen sich nur wenig steigernden Modificationen zwischen den minorbevorzugenden Verhältnissen $5^3 : 8^3$ und $2^3 : 3^3$ bewegen. Umgekehrt giebt es nun auch Substanzen, welche sich dem Verhältniss des goldnen Schnitts von der andern Seite anschliessen, d. h. zwischen den majorbevorzugenden Verhältnissen:

$$3^3 : 5^3 = 1 : 4,629 = 17,7 : 82,3 \text{ und}$$

$$1^3 : 2^3 = 1 : 8,000 = 11,1 : 88,9$$

in der Mitte liegen. Ich erwähne hier nur folgende:

Caffein	16,3 : 83,7.
Morphin	16,2 : 83,8.
Thein	15,6 : 84,4.
Bittermandelöl	14,8 : 85,2.
Kreatinin	14,1 : 85,9.
Piperin	14,1 : 85,9.

*) In Liebig's Thierchemie sind hiebei die Procente des Sauerstoffs und der Asche zusammen auf 24,31 angegeben. Zieht man hievon die Procente der Asche, wie sie beim Ochsenfleisch getrennt angegeben sind, nämlich 4,42, ab, so erhält man die obige Verhältnisszahl 19,9. Nach zwei andern Analysen würde diese Zahl ein wenig höher ausfallen, circa 20,3.

Theobromin 13,5 : 86,5.

Sinapolin 11,5 : 88,5.

§. 62.

Vergleicht man diese Stoffe mit den obigen, so fällt sogleich in die Augen, dass sie in ihrer Wirkung auf den menschlichen Organismus von wesentlich anderem Charakter sind: denn während jene sich als einfach ernährende und kräftigende darstellen, üben diese, jenachdem sie in geringerer oder grösserer Quantität genossen werden, eine erregende oder erschlaffende Wirkung aus; jene wirken hauptsächlich auf Blut und Muskeln, diese besonders auf Nieren und Gehirn; jene haben eine nähere Beziehung zur physischen, diese zur psychischen Natur des Menschen. Das Verhältniss des goldnen Schnitts in seiner Reinheit erweist sich also hier als die Gränzmark zweier nach verschiedenen Seiten auseinander gehender Substanzen, nämlich der einfach nahrunghaften einerseits und der gewürzigen, narkotischen andererseits, und beide Stoffarten lassen sich daher von Seiten des in ihnen zwischen dem Sauerstoff und der Summe der übrigen Bestandtheile bestehenden Verhältnisses in ähnlicher Weise wie die männliche und weibliche Gestalt, wie die Dur- und Mollacorde einfach als minorbevorzugende und majorbevorzugende charakterisiren. Dem zufolge fühlt auch der Mensch das Bedürfniss, beiderlei Stoffe durch einander zu ergänzen, z. B. den einfachen Speisen Gewürze hinzuzufügen: denn gerade durch ihre Ergänzung wird das Normalverhältniss in seiner Reinheit wieder hergestellt. Vereinigen wir z. B. zwei Nahrungsstoffe, den einen mit dem Verhältniss 16 : 84 und einen andern mit dem Verhältniss 22 : 78, so bilden sie zusammen das Verhältniss 19 : 81, welches mit dem Normalverhältniss zusammenfällt. Nahezu findet aber eine solche Ausgleichung bei der üblichen Speisebereitung und Lebensweise Statt, z. B. wenn man Rindfleisch mit Pfeffer würzt, nach Tische Kaffee trinkt u. s. w.

Bemerkenswerth ist noch, dass die majorbevorzugenden

Substanzen, wenn sie als Nahrungsmittel dienen sollen, eine Verbindung mit Wasser verlangen, also ein Bedürfniss nach dem Stoffe erwecken, zu dessen Mischungsverhältniss sie eine Neigung ausdrücken: denn das Verhältniss $1^3 : 2^3 = 1 : 8 = 11,1 : 88,9$, welchem sich diese Substanzen in demselben Maasse nähern, in welchem sie sich vom Normalverhältniss entfernen, ist genau das Verhältniss, nach welchem die beiden Bestandtheile des Wassers, Wasserstoff und Sauerstoff, im Wasser combinirt sind. Da aber in dieser Combination der Sauerstoff dem grössern Zahlenwerth entspricht, so werden auch hiedurch die genannten Stoffe dem Normalverhältniss näher gerückt.

§. 63.

Die Neigung, den zwischen den minor- und majorbevorzugenden Stoffen bestehenden Gegensatz zu überwinden, zeigt sich aber nicht bloss in der Art und Weise, wie der Mensch diese Stoffe verwendet und zusammenstellt, sondern auch in dem gegenseitigen Verhalten der Stoffe selbst. Zu den wesentlichen Bestandtheilen des Fleischsaftes gehören das Kreatin und das Kreatinin, jenes eine indifferente Substanz, dieses eine starke organische Basis, beide nur im thierischen Organismus und besonders reich im Fleisch des Menschen vorkommend. „Beide Stoffe stehen, wie Liebig sagt, in einer sehr engen Beziehung zu einander; sie enthalten dieselben Elemente, bis auf Wasserstoff und Sauerstoff, in dem nämlichen Verhältniss; das Kreatin enthält aber die Elemente von 4 Aequivalent Wasser mehr als das Kreatinin; beide können das eine in das andere verwandelt werden. Bei Berührung des Kreatins mit einer starken Säure trennen sich 4 Aeq. Wasser von seinen Elementen und es entsteht Kreatinin, welches einen Theil der Säure neutralisirt. Letzteres nimmt bei der Abscheidung aus seiner Verbindung mit Chlorzink Wasser auf und geht rückwärts in Kreatin über. Das Vorkommen dieser beiden Körper, so wie das oben erwähnte merkwürdige Verhalten lässt vermuthen, dass sie für den Lebensprocess

Bedeutung besitzen, und es scheint namentlich mit dem Uebergang des Kreatins in Kreatinin eine Wirkung verbunden zu sein.“ Nun enthält aber das wasserfreie Kreatin folgende Bestandtheile:

Kohlenstoff	36,7	} = 75,5
Wasserstoff	6,8	
Stickstoff	32,0	
Sauerstoff	24,5	= 24,4.

Das Kreatinin hingegen ist folgendermassen zusammengesetzt:

Kohlenstoff	42,5	} = 85,9
Wasserstoff	6,1	
Stickstoff	37,3	
Sauerstoff	14,1	= 14,1.

Im Kreatin verhält sich also der Sauerstoff zum Uebrigen wie 24,5 : 75,5; dagegen im Kreatinin wie 14,1 : 85,9; dort ist also das Verhältniss ein minorbevorzugendes, hier ein majorbevorzugendes; zieht man aber aus beiden Verhältnissen das Mittel, so erhält man das Verhältniss 19,3 : 81,7, welches mit überraschender Genauigkeit dem Normalverhältniss entspricht. Sofern also beide Stoffe wirklich in einander übergehen und dieser Stoffwechsel nothwendig mit einem Wechsel der Verhältnisse verbunden ist, findet inmitten desselben stets auch ein wirklicher Durchgang durch das Normalverhältniss Statt, gerade wie es beim Respirationsprocess und wahrscheinlich auch bei der Circulation des Blutes der Fall ist.

§. 64.

Ein ähnliches Wechselverhältniss besteht noch zwischen mehreren anderen Stoffen, z. B. zwischen der Benzoësäure und dem angenommenen Radical derselben, dem Benzoyl; ebenso zwischen der Benzoësäure und dem Bittermandelöl, der Baldriansäure und dem Valeron, der Delphinsäure und dem Delphinon, der Capronsäure und der Caprinsäure, und annäherungsweise

zwischen der Caffeesäure und dem Caffein, der Buttersäure und dem Butyron u. s. w. kurz zwischen Stoffen, die in näherer Verwandtschaft mit einander stehen und deren z. Th. gegensätzliches Verhalten auf dem Minus und Plus ihres Sauerstoffgehalts beruht.

Zur bequemerem Vergleichung lasse ich hier einige solcher Stoffe mit Beifügung der in ihnen enthaltenen Procente an Sauerstoff, und den die Differenz vermittelnden Durchschnittszahlen folgen.

Benzoësäure . . .	21,23	} Durchschnitt = 18,23.
Benzoyl . . .	15,23	
Benzoësäure . . .	21,23	} Durchschnitt = 18,55.
Bittermandelöl . .	14,88	
Benzoësäure . . .	21,23	} Durchschnitt = 19,64.
Benzamid . . .	18,05	
Baldriansäure . . .	25,5	} Durchschnitt = 18,3.
Valeron . . .	11,1	
Delphinsäure . . .	25,5	} Durchschnitt = 18,3.
Delphinon . . .	11,1	
Capronsäure . . .	22,8	} Durchschnitt = 19,6.
Caprinsäure . . .	16,4	
Nelkensäure . . .	19,93	} Durchschnitt = 19,46.
Nelkenkampher . .	19,01	
Kaffeesäure . . .	28,3	} Durchschnitt = 22,3.
Kaffein . . .	16,3	
Korksäure . . .	30,2	} Durchschnitt = 21,4.
Suberon . . .	12,6	
Buttersäure . . .	32,7	} Durchschnitt = 24,2.
Butyron . . .	15,7	
Chinasäure . . .	41,6	} Durchschnitt = 25,6.
Chinin . . .	9,6	
Codein . . .	16,0	} Durchschnitt = 21,2.
Narkotin . . .	26,4	

Narkotin	26,4	} Durchschnitt = 21,6.
Morphin	16,8	

§. 65.

Man sieht, wie sich hier alle Durchschnittsverhältnisse bald näher, bald ferner um das Normalverhältniss bewegen, und es drängt sich daher die Vermuthung auf, dass sich dasselbe vielleicht in der Folge, wenn nähere und ausgedehntere Untersuchungen zu ähnlichen Ergebnissen führen, für sämtliche variirnde Verhältnisse, die aus den zwischen den Basen, Säuren und indifferenten Stoffen bestehenden Wechselbeziehungen hervorgehen, als das mittlere, oder auch als das die äussersten Gegensätze auf eine maasshaltende Differenz reducirende und die Abstufungen zwischen ihnen regelnde Verhältniss erweisen werde.

Anm. Eine besondere Erwähnung verdient hier noch die entgegengesetzte Wirkung der beiden zuletzt genannten Stoffe auf die Polarisationsebene des Lichts. Das Narkotin nämlich bewirkt eine Drehung derselben nach Rechts, hingegen das Morphin nach Links. Da Stoffe, welche, wie z. B. das Citronenöl und Terpentinsel, nach völlig gleichen Verhältnissen zusammengesetzt sind, dieselbe entgegengesetzte Wirkung üben, so scheinen die quantitativen Verhältnisse auf diese Erscheinung keinen Einfluss zu üben. Inzwischen möge bemerkt werden, dass auch die Grössen der Winkel, unter denen die Polarisation des Lichtes erfolgt oder verschwindet, dem hier in Rede stehenden Verhältniss entsprechen. Bekanntlich erfolgt die Polarisation unter einem Winkel von $35^{\circ} 25'$, sie verschwindet aber, wenn die der ursprünglichen Reflexionsebene zuerst parallel gegenüberliegende Reflexionsebene eine Drehung von 90° erfährt, oder, was dasselbe ist, wenn sie mit dem reflectirten Strahl zwei Nebenwinkel bildet, einen von $35^{\circ} 25' + 90'$ und einen von $54^{\circ} 35'$. Die bedingenden Winkel sind also hiebei Winkel von $35,4^{\circ}$, von $54,6^{\circ}$ und von 90° ; diese Zahlen bewegen

sich aber sehr nahe um die Proportionalzahlen 34, 55 und 90; es bilden mithin die Winkel unter sich eine dem Verhältniss des goldnen Schnitts sehr nahe kommende Proportion, so jedoch, dass im Verhältniss $35,4 : 54,6$ der Minor, dagegen im Verhältniss $54,6 : 90$ der Major ein wenig bevorzugt erscheint.

§. 66.

Ausser den oben zusammengestellten und bisher berücksichtigten Substanzen, welche in Betreff ihres Sauerstoffgehalts dem Normalverhältniss und seinen Nachbarverhältnissen entsprechen, giebt es nun auch noch andere, die zwar nicht gerade in Form von Nahrungs- oder BelebungsmitteIn, aber doch in physiologischer oder therapeutischer Beziehung für den Organismus der Menschen, Thiere und Pflanzen von Bedeutung sind, z. B. unter den minorbevorzugenden den Aether, den Harnoxyd, das Augenschwarz, die Brombenzoësäure etc., und unter den majorbevorzugenden das Santonin, die Lithofellinsäure, das Ammelid, die Rhicintalgsäure, das Benzamid, die Choloidinsäure etc. Wenn sich übrigens unter denselben auch solche finden sollten, deren Bedeutsamkeit und Heilkräftigkeit ihrer Stellung zum Normalverhältniss nicht ganz adäquat ist, so kann hiedurch das im Grossen und Ganzen sich deutlich ankündigende Gesetz nicht aufgehoben werden, einerseits, weil sich über die Bedeutung mancher Stoffe für den Organismus überhaupt noch nichts Endgültiges sagen lässt, andererseits, weil bei der hier angedeuteten Classification vor der Hand nur auf ein Verhältniss, nämlich auf das des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Stoffe, nicht aber zugleich auf die zwischen den übrigen Bestandtheilen bestehenden Verhältnisse Rücksicht genommen ist. Nun aber sind die Verhältnisse, in welchen der Wasserstoff zum Kohlenstoff, der Stickstoff zu beiden steht, für die Würdigung der Stoffverbindungen von nicht geringerer Bedeutung als das bisher in Betracht gezogene Verhältniss, und wenn daher zwar dieses dem Normalverhältniss

entspricht, jene dagegen sich als Missverhältnisse zeigen, so kann dadurch die Normalität jenes Verhältnisses in gewissem Maasse paralysirt werden.

§. 67.

In den §. 61 zusammengestellten Stoffen von minorbevorzugendem Charakter, über deren höchste Wichtigkeit für den menschlichen Körper kein Zweifel möglich ist, zeigt sich ein solches Missverhältniss nicht, vielmehr steht in ihnen auch die Zusammensetzung der übrigen Bestandtheile mit dem Verhältniss des goldnen Schnitts und dessen nächsten Modificationen in überraschendem Einklange. Nehmen wir den Sauerstoffgehalt dieser Stoffverbindungen durchschnittlich = 21,5 Procent an, so beträgt die Summe der übrigen 78,5 Procent. Von diesen kommen dem Stickstoff im Durchschnitt 15,41, mithin dem Rest 63,1 Procent zu. Der Stickstoff verhält sich mithin zur Summe des Wasserstoffs und Kohlenstoffs (nebst Asche) wie $15,4 : 63,1 = 1 : 4,09$, ein Verhältniss, welches genau dem Verhältniss $5^3 : 8^3$ entspricht. Die Quantität des Wasserstoffs beträgt durchschnittlich 7 Procent; sie verhält sich mithin zu der des Kohlenstoffs (nebst Asche) wie $7 : 56,1 = 1 : 8,0$, entspricht also genau dem Verhältniss $1^3 : 2^3$. Die Summe sämmtlicher Stoffe ist = 100. Zu dieser verhält sich der Sauerstoffgehalt wie $21,5 : 100,0 = 1 : 4,65 = 3^3 : 5^3$.

§. 68.

Hienach zeigt sich also die Zusammensetzung dieser für den Organismus wesentlichsten Substanzen als eine Combination folgender Verhältnisse:

$H : C . . . 7,0 : 56,1 = 1 : 8 = 1^3 : 2^3$.

$O : HCN . . 21,5 : 78,5 = 1 : 3,37 = 2^3 : 3^3$.

$O : HCNO . 21,5 : 100,0 = 1 : 4,62 = 3^3 : 5^3$.

$N : HC . . . 15,4 : 63,1 = 1 : 4,09 = 5^3 : 8^3$.

Muss angenommen werden, dass bei der Bildung dieser Substanzen zuerst die Verbindung HC, dann die Verbindung HCN, hierauf die Verbindung HCNO zu Stande gekommen ist, so ordnen

sich die obigen Verhältnisse in der Reihenfolge $1^3 : 2^3$, $5^3 : 8^3$, $2^3 : 3^3$, $3^3 : 5^3$; die Entwicklung würde also mit dem Verhältniss der Duplicität, dem Extrem der majorbevorzugenden Modificationen von maasshaltendem Charakter, begonnen haben, dann durch das Normalverhältniss und der ihm zunächstliegenden minorbevorzugenden Modification $5^3 : 8^3$ hindurchgegangen und bis zur stärker abweichenden minorbevorzugenden Modification $2^3 : 3^3$ hinausgeschwankt sein, um von da aus durch das Normalverhältniss hindurch zur nächstliegenden der majorbevorzugenden Modification ($3^3 : 5^3$) zurückzukehren und in ihr sowohl den Gegensatz zwischen den Verhältnissen $1 : 2$ und $2 : 3$, wie auch den zwischen $1 : 2$ und $5 : 8$ zu vermitteln: denn jene wie diese Verhältnisse geben das Durchschnittsverhältniss $3 : 5 = 6 : 10$.

§. 69. Vergleichen wir mit dem Mischungsverhältniss jener Proteinverbindungen die Zusammensetzung des Harnoxyds, so finden wir, dass zwar das Verhältniss des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Stoffe dem Verhältniss $2^3 : 3^3$ sehr nahe steht, denn es ist nach Wöhler und Liebig $= 21,24 : 78,76$. Im Uebrigen aber begegnen wir hier sehr stark abweichenden Verhältnissen: denn der Stickstoff verhält sich zur Summe des Kohlenstoffs und Wasserstoffs wie $36,3 : 42,2 = 1^3 : 1,05^3$, ein so stark minorbevorzugendes Verhältniss, dass es sich dem einen Extreme aller möglicher Verhältnisse, dem der absoluten Gleichheit, nähert; dagegen der Wasserstoff verhält sich zum Kohlenstoff wie $2,9 : 39,3 = 1 : 13,5$ ein Verhältniss, welches auch im kubischen Ausdruck ($1^3 : 2,238^3$) entschieden über das schon an sich stark abweichende Verhältniss $1^3 : 2^3$ hinausgeht. Die geringere Dignität dieses Stoffes drückt sich also auch in der grösseren Abnormität und dem schrofferen Gegensatz der Verhältnisse aus.

§. 70. Unter den Stoffen von majorbevorzugendem Charakter (§. 62) habe ich keinen gefunden, der sich rücksichtlich einer

consequent durchgeführten Normalität der Verhältnisse mit den Proteinverbindungen vergleichen liesse; indessen zeigen doch die nicht giftigen dieser Substanzen, wie das Kaffein, Thein und Theobromin eine entschieden grössere Annäherung an die normalen Proportionen als die giftigen, wie z. B. das Morphin. So sind z. B. im Caffein die Verhältnisse folgende:

$$\text{O} : \text{NHC} = 16,3 : 83,7 = 1 : 5,1 \quad [3^3 : 5^3 = 1 : 4,62].$$

$$\text{N} : \text{HC} = 28,8 : 54,9 = 1 : 1,89 \quad [2^3 : 3^3 = 1 : 3,37].$$

$$\text{H} : \text{C} = 5,1 : 49,8 = 1 : 9,7 \quad [1^3 : 2^3 = 1 : 8].$$

Im ersten dieser Verhältnisse besteht die Abweichung des Majors vom Major des ihm verglichenen Verhältnisses in einem Plus von 0,5; im zweiten in einem Minus von 1,48; im dritten in einem Plus von 1,7. Die Differenzen sind also in allen drei Fällen, besonders aber in den beiden letzten, nicht unbedeutend, aber doch nicht in gleichem Grade extravagant, wie z. B. oben beim Harnoxyd, wo wir dem Verhältniss 1 : 13,5 begegneten; ausserdem erfahren sie eine bedeutende Milderung dadurch, dass sie sich unter einander wie Plus und Minus verhalten und gegenseitig bis auf einen gewissen Grad aufheben. Die beiden letzten Verhältnisse geben im Durchschnitt ziemlich genau wieder das erste Verhältniss, nämlich 1 : 5,48.

§. 71.

Im Morphin hingegen sind die Verhältnisse folgende:

$$\text{O} : \text{NHC} = 16,29 : 83,71 = 1 : 5,1 \quad [1 : 4,62 + 0,5].$$

$$\text{N} : \text{HC} = 4,99 : 79,0 = 1 : 16,0 \quad [1 : 8 + 8].$$

$$\text{H} : \text{C} = 6,36 : 72,3 = 1 : 11,3 \quad [1 : 8 + 3,3].$$

Die Abweichungen sind also hier, wie aus den mit + bezeichneten Zahlenwerthen derselben zu ersehen, nicht bloss weit ausschweifendere, sondern auch einseitige: denn sie bestehen sämmtlich in einer mehr oder minder starken Bevorzugung des Majors, heben sich also nicht gegenseitig auf, sondern treiben in allen Beziehungen die Differenz zwischen dem Quantum der Bestandtheile über die Differenz derjenigen Verhältnisse, welchen sie zunächst liegen, hinaus.

§. 72.

Dass die starke, bei grösseren Gaben zerstörende Wirkung des Morphins und der übrigen stickstoffhaltigen Pflanzenbasen, wie Strychnin, Chinin, Solanin etc. zwar von einem Vorhandensein, aber nicht von der grösseren Quantität des Stickstoffs abhängig ist, liegt auf der Hand. „Die Arzneiwirkungen dieser Materien,“ sagt Liebig, „sind ausserordentlich verschieden; von der mildesten Form der Wirkung der Aloë bis zum furchtbarsten Gifte, dem Strychnin, beobachten wir Unterschiede der mannigfaltigsten Art. Bis auf drei Verbindungen bringen alle diese Materien im gesunden Organismus Krankheitszustände hervor und wirken in gewissen Gaben giftig; die meisten besitzen den chemischen Charakter der Basen. Kein stickstofffreies Arzneimittel übt in gleichen Gaben eine giftige Wirkung aus. Die arzneiliche oder giftige Wirkung der stickstoffhaltigen Pflanzenstoffe steht mit ihrer Zusammensetzung in einer bestimmten Beziehung, sie kann nicht unabhängig von ihrem Stickstoffgehalt gedacht werden, allein sie steht keineswegs in directem Zusammenhange mit diesem Stickstoffgehalte. Das Solanin, das Pikrotoxin, welche die geringste Stickstoffmenge enthalten, sind starke Gifte, Chinin enthält mehr Stickstoff als Morphin; Caffeïn und Theobromin, die stickstoffreichsten Pflanzenstoffe, die man kennt, sind nicht giftig.“

§. 73.

Umgekehrt lässt sich aber auch nicht die Regel aufstellen, dass die giftige Wirkung um so grösser sei, je geringer der Stickstoffgehalt in diesen Materien ist: denn hienach müsste das Strychnin mit 9,8 Procent Stickstoff minder giftig sein als das Morphin mit 4,9 Procent. Wenn also die grössere oder geringere Quantität an Stickstoff als solche durchaus nicht für die bedingende Ursache der mehr oder minder giftigen Wirkung angesehen werden kann — worin kann sie dann sonst gesucht werden als in der mehr oder minder disharmonischen, d. h. von einem

allgemeinen Normalverhältniss mehr oder minder abweichenden Zusammensetzung?

Vergleichen wir in dieser Hinsicht das Morphin mit dem Strychnin, so erhalten wir folgende Verhältnisse:

Im Strychnin (nach Regnault und Strecker).

$$\text{O} : \text{NHC} = 9,6 : 90,4 = 1 : 9,4.$$

$$\text{N} : \text{HC} = 8,4 : 82,2 = 1 : 9,7.$$

$$\text{H} : \text{C} = 6,6 : 75,4 = 1 : 11,4.$$

Im Morphin (nach Liebig).

$$\text{O} : \text{NHC} = 16,2 : 83,7 = 1 : 5,1.$$

$$\text{N} : \text{HC} = 4,9 : 79,0 = 1 : 16,0.$$

$$\text{H} : \text{C} = 6,3 : 72,3 = 1 : 11,3.$$

§. 74.

Im Strychnin gehen also alle drei Verhältnisse über das Verhältniss $1^3 : 2^3$ hinaus; im Morphin findet wenigstens im ersten und obersten derselben eine Annäherung an dasselbe oder wenigstens an eine seiner ihm nächstverwandten Modificationen ($3^3 : 5^3$) Statt. Hiezu kommt noch, dass beim Morphin das Verhältniss des Stickstoffs zur Summe des Kohlen- und Wasserstoffs ($1 : 16$) dem Verhältniss $2^3 : 5^3 = 1 : 15,6$ sehr nahe kommt und sich mithin nahezu wie der Minor im Kubus zum Ganzen im Kubus verhält. Sehr instructiv ist hier eine Vergleichung dieser Verhältnisse mit denen der musikalischen Intervalle, weil die Wirkung dieser eine sich unmittelbar fühlbar machende und wissenschaftlich ergründete ist. Dem eben erwähnten Verhältniss — jedoch in der nicht-potenzirten Form $2 : 5$ — entspricht unter den musikalischen Accorden der Zweiklang $c + \bar{e}$, also die grosse Decime oder die um eine Octave gesteigerte grosse Terz ($c + e$), welche ihrerseits wieder die Ergänzung und Transposition der kleinen Sexte $e + c$ (mit dem Verhältniss $5 : 8$) ist. Diese Tonverbindung ($c + \bar{e}$) wirkt aber auf das Ohr zwar nicht vollkommen befriedigend, aber auch nicht absolut beleidigend; und so lässt sich annehmen, dass auch das zweite

unter den Verhältnissen des Morphins trotz und inmitten seiner starken Abweichung minder gewaltsam wirkt, weil sich die Wurzelform seines Verhältnisses, nämlich $2 : 5$, als eine Ergänzung des Verhältnisses $3 : 5$ darstellt. Von den Verhältnissen des Strychnin lässt sich dies nicht sagen. Sie entsprechen in depotenzirter Form, wenn man sie mit den musikalischen Verhältnissen vergleicht, sämmtlich dem Verhältniss der Nonen oder der um eine Octave gesteigerten Secunden, die, für sich allein gesetzt als entschiedene Dissonanzen erscheinen und die Vibration der Gehörnerven kaum minder feindlich afficiren als das Strychnin die Substanz der Nerven überhaupt. Sollte sich nicht hiedurch die zerstörende Wirkung des Strychnin und ähnlicher Gifte auf die einfachste Weise und in Uebereinstimmung mit einem allgemeinen Gesetz und analogen Erscheinungen erklären lassen?

§. 75.

Im Widerspruch hiemit scheint freilich die heilkräftige Wirkung des Chinin zu stehen, welches in seiner Zusammensetzung dem Strychnin sehr ähnlich ist, denn es verhält sich in ihm:

$$\text{O} : \text{NHC} = 9,14 : 90,26 = 1 : 9,2.$$

$$\text{N} : \text{HC} = 8,62 : 81,64 = 1 : 9,4.$$

$$\text{H} : \text{C} = 7,25 : 74,39 = 1 : 10,2.$$

Auch hier also gehen sämmtliche Verhältnisse über das Verhältniss $1^3 : 2^3$ noch um etwas hinaus, und diese Extravaganz zeigt sich nur in wenig gemildertem Grade. Ob diese geringe Milderung im Stande ist, die Wirkung so bedeutend zu modificiren, wage ich nicht zu entscheiden, obschon auch in dieser Hinsicht die Vergleichung mit den akustischen Verhältnissen etwas Analoges bietet: denn eine sehr geringe Steigerung der Octave wird vom Ohr noch als Octave und somit als Consonanz empfunden, während eine nur wenig stärkere Steigerung schon den Eindruck der None und somit einer Dissonanz macht. Vielleicht aber lässt sich die heilkräftige Wirkung des Chinins daraus erklären, dass das in seiner Mischung sich ausdrückende

Missverhältniss gerade ein dem Missverhältniss der vom Fieber ergriffenen Nervensubstanz entgegengesetztes ist und mithin durch das Gegeneinanderwirken beider Missverhältnisse ein dem Normalverhältniss ähnliches Verhältniss wieder hergestellt wird. Die selten zulässige arzneiliche Anwendung des Strychnin würde dann in dem seltneren Vorkommen eines seinem Missverhältniss entsprechenden entgegengesetzten Missverhältnisses im kranken Organismus ihren Grund haben.

§. 76.

Ein noch tieferer Grund der verschiedenen Wirkung beider Stoffe dürfte aber in Folgendem liegen. Ist auch die Zusammensetzung derselben, sofern sie in Procenten ausgedrückt wird, ziemlich dieselbe, so unterscheidet sie sich doch sehr merklich, wenn sie nach der Anzahl der Aequivalente bestimmt wird.

Die Formel des Chinin ist: $C_{20} H_{12} N_1 O_2$; dagegen die Formel des Strychnin lautet: $C_{42} H_{22} N_2 O_4$. Das Strychnin enthält also die Aequivalente nicht bloss in durchschnittlich doppelter Quantität, sondern die beiden ersten derselben auch in modificirter Mischung: denn in Vergleich mit den Aequivalenten des Chinins zeigt das Strychnin beim Kohlenstoff ein Plus, beim Wasserstoff hingegen ein Minus von 2 Aequivalenten neben dem Duplum. Im Chinin verhält sich demnach rücksichtlich der Aequivalentenzahl $H : C$ wie $12 : 20 = 3 : 5$, im Strychnin hingegen wie $22 : 42 = 1 : 1,9$ also nahezu wie $1 : 2$, jenes entspricht also der nächstliegenden, dieses der fernerliegenden unter den majorbevorzugenden Modificationen des Normalverhältnisses. — Im Morphin verhalten sich die Aequivalente des Wasserstoffs zu denen des Kohlenstoffs wie $19 : 34 = 1 : 1,78$; beim Brucin wie $26 : 46 = 1 : 1,77$. Auch hier also ist die Abweichung eine schwächere als im Strychnin, obwohl eine stärkere als im Chinin. Noch schwächer als im Chinin erscheint sie im Caffein: denn hier verhält sich $H : C$ rücksichtlich der Aequivalente wie $10 : 16 = 5 : 8$. Je nach ihrer mehr oder

minder genäherten Stellung zum Normalverhältniss zeigen sich also auch diese zur Gruppe der stickstoffhaltigen organischen Basen oder Alkaloide gehörigen Stoffe als dem Organismus mehr oder minder befreundet; je weiter und einseitiger sie sich hingegen von demselben entfernen, um so mehr ist ihre Wirkung eine giftige und zerstörende. Für die genauere Beantwortung der Frage, ob ein Stoff zum Normalverhältniss eine nähere oder fernere Stellung einnehme, ist durchaus eine Mitberücksichtigung der zwischen dem Stickstoff, Wasserstoff und Kohlenstoff bestehenden Verhältnisse theils nach Procenten, theils nach Aequivalenten nothwendig; im Grossen und Ganzen aber lässt sich der höhere oder niedere Grad der Normalität schon aus dem Verhältniss des Sauerstoffs zur Summe der übrigen Stoffe erkennen, und in diesem Sinne erweisen sich unverkennbar die sich unmittelbar um das Verhältniss des goldnen Schnitts oder zwischen den Verhältnissen $5^3 : 8^3$ und $2^3 : 3^3$ einerseits und den Verhältnissen $3^3 : 5^3$ und $1^3 : 2^3$ andererseits bewegendenden Substanzen als die dem menschlichen Organismus wesentlichsten und wichtigsten.

§. 77.

Entfernen sich die Stoffe in ihrer Zusammensetzung von dem Normalverhältniss noch weiter, so tritt die Einseitigkeit ihrer Natur und ihre Unfähigkeit, dem Bedürfniss des Körpers allein zu genügen, noch stärker hervor. So begegnen wir unter den minorbevorzugenden Substanzen, welche etwa 23—30 Procente Sauerstoff enthalten, vorzugsweise den leim- oder chondringebenden Geweben, den Haut- und Horngebilden, Haaren, Federn u. s. w., also bereits mehr oder minder ungeniessbaren Substanzen; und unter den majorbevorzugenden Stoffen, welche weniger als 11 Procente Sauerstoff enthalten, finden wir zunächst die Fette und Oele und noch weiter abwärts die z. Th. schon erwähnten officinellen und giftigen Substanzen, kurz solche, welche dem Körper nur als Beimischungen mit anderen Stoffen oder als Antidosen geboten werden

dürfen. Aehnlich verhält es sich mit den Säuren, Spirituosen u. s. w.

§. 78.

Eine Ausnahme hievon scheinen die Zuckerstoffe, das Stärkemehl, die Gallerte, kurz die stickstofffreien Pflanzenstoffe zu machen, denn in diesen ist die Bevorzugung des Minors, d. h. des Sauerstoffs, eine weit stärkere, als in den oben erwähnten Geweben und Horngebilden und trotzdem spielen sie unter den Lebensmitteln eine sehr bedeutende Rolle. In der That aber ist diese Ausnahme wirklich nur eine scheinbare. Indem sich nämlich die genannten Stoffe mehr und mehr von dem Normalverhältniss entfernen, kommen sie zuletzt in die unmittelbare Nähe desjenigen Verhältnisses, welches zwar einerseits zu dem Verhältniss des goldenen Schnitts eine Art von Gegensatz bildet, andererseits aber als das einfachste und erste Glied derjenigen Verhältnissreihe erscheint, welche, nach einem bestimmten Gesetze fortschreitend, von Glied zu Glied dem Verhältniss des goldenen Schnitts immer näher kommt und schon im vierten und fünften die Verhältnisse 3 : 8 und 5 : 8 erreicht. Ich meine das Gleichheitsverhältniss 1 : 1.

Dieses ist also nicht als ein dem Verhältniss des goldenen Schnitts schlechthin fremdartiges, sondern vielmehr als ein mit ihm in stetigem Zusammenhange stehendes, gesetzlich mit ihm verbundenes, ja als die Basis desselben zu betrachten, und es ist daher dem hier in Rede stehenden Proportionalgesetz vollkommen entsprechend, wenn wir überall, in Natur und Kunst, das Verhältniss 1 : 1, so wie auch die ihm nächstfolgenden 1 : 2 etc. in freundlicher Beziehung neben einander finden, z. B. am menschlichen Körper das die horizontale Richtung beherrschende Gesetz der Symmetrie neben dem die verticale Richtung beherrschenden Gesetz der Proportionalität, in der musikalischen Harmonie das Verhältniss der Prime neben denen der beiden Sexten, an den Pflanzen die oppositive Blattstellung neben der Zweidrittel-, Dreifünftel-, Fünfachtelstellung u. s. w.

§. 79.

Gerade so verhält es sich nun auch mit den oben genannten Stoffen, dem Stärkemehl, den Zuckerarten u. s. w., denn alle diese bewegen sich, was das Verhältniss des Sauerstoffs zu den beiden übrigen Stoffen betrifft, sehr nahe um das Gleichheitsverhältniss $1^3 : 1^3$, und rücksichtlich des zwischen dem Wasserstoff und Kohlenstoff bestehenden Verhältnisses mehr oder minder nahe um das bereits zum goldnen Schnitt überleitende Verhältniss $1^3 : 2^3$, und gerade durch die Verbindung dieser beiden Verhältnisse stellen sie auf indirektem Wege ein mittleres oder Durchschnittsverhältniss her, welches dem Normalverhältniss $1^3 : 1,618^3$ mehr oder weniger ähnlich ist.

§. 80.

So bietet z. B. das Stärkemehl aus Erbsen, Weizen, Roggen, Reis, Kartoffeln etc. durchschnittlich folgende Verhältnisse:

Sauerstoff : Kohlenstoff + Wasserstoff = $48,98 : 51,02 = 1 : 1,04$.

Wasserstoff : Kohlenstoff = $6,11 : 44,91 = 1 : 7,35$.

Zieht man aber aus diesen beiden Verhältnissen, welche beide eine Neigung ausdrücken, sich einerseits vom Verhältniss der Gleichheit ($1 : 1$), andererseits vom Kubusverhältniss der Duplicität ($1 : 2$) einem mittleren Verhältniss zu nähern, das Durchschnittsverhältniss, so erhält man das Verhältniss $1 : 4,181$, welches wieder dem Kubusverhältniss des goldnen Schnitts entspricht.

Aehnlich ist es beim Rohrzucker. Hier verhält sich nämlich:

Kohlenstoff + Wasserstoff : Sauerstoff = $48,95 : 51,05 = 1 : 1,04$.

Wasserstoff : Kohlenstoff = $6,37 : 42,58 = 1 : 6,68$.,

woraus sich das minorbevorzugende Durchschnittsverhältniss $1 : 3,86$ ergibt. Ein wenig stärker abweichend sind die Verhältnisse beim Milchzucker und noch mehr beim Traubenzucker, jedoch bewegt sich auch hier das Durchschnittsverhältniss eng um das Verhältniss $2^3 : 3^3$.

§. 81.

Diesem minorbevorzugenden Durchschnittsverhältnisse der Zuckerarten gegenüber zeigen die Gallerte ein majorbevorzugendes Durchschnittsverhältniss; denn bei ihnen verhält sich:

Sauerstoff : Kohlenstoff + Wasserstoff = $49,58 : 50,42 = 1 : 1,0$.

Wasserstoff : Kohlenstoff = $4,95 : 45,47 = 1 : 9,1$.

Mithin ist das Durchschnittsverhältniss = $1 : 5$, welches nur wenig vom Verhältniss $3^3 : 5^3$ verschieden ist.

§. 82.

Dies möge hier genügen, um von der Bedeutung, welche das Verhältniss des goldenen Schnitts im Gebiet der organischen Stoffverbindungen besitzt, wenigstens eine allgemeine Vorstellung zu geben. Nur Eins möge noch hervorgehoben werden. Nach Liebig lassen sich alle Nahrungsmittel des Menschen in zwei Classen eintheilen: in stickstoffhaltige und stickstofffreie. Die ersteren (Pflanzenfibrin, Pflanzenalbumin, Pflanzencasein, Fleisch und Blut der Thiere) sind die blutbildenden oder plastischen Nahrungsmittel; die letzteren (Amylon, Gummi, Zucker, Fett etc.) sind die wärmeerzeugenden oder die Respirationsmittel. Die ersteren liefern dem Körper die Stoffe, aus denen sich seine Organe bilden; die letzteren erzeugen im Körper die Wärme, die Bewegung und den darauf beruhenden Stoffwechsel. Der Körper vermag weder bloss mit jenen, noch bloss mit diesen auszukommen. Ohne jene würde er sich in Bewegung, in Respiration verzehren; ohne diese würden die Stoffe der Stagnation, dem Tode verfallen. Er bedarf daher beider gleich nothwendig: denn auf der Wechselwirkung beider beruht eben das Leben. Soll aber diese Wechselwirkung möglich sein, so dürfen sie nicht beide in absolut gleicher Kraft gegen einander wirken: denn in diesem Falle müssten sie nothwendig sich gegenseitig aufheben und absoluter Stillstand würde die Folge sein. Zwischen beiden muss also nothwendig ein ungleiches

Verhältniss bestehen, d. h. die Stoffe der einen Art müssen sich in der Majorität, die andern in der Minorität befinden.

§. 83.

Auf der anderen Seite darf aber der Unterschied zwischen ihnen nicht allzu gross sein: denn in diesem Falle würde der kleinere Theil dem grösseren gegenüber sich nicht behaupten können, er würde allzurasch von ihm aufgerieben, annullirt werden.

Es muss also zwischen beiden nothwendig ein gewisses mittleres Verhältniss bestehen, ein Verhältniss, welches weder $= 1 : 1$, noch $= 1 : 2$ sein darf: denn im ersten Falle heben sich beide Theile gegenseitig auf; im zweiten Falle wird der kleinere Theil spurlos vom grösseren aufgehoben.

Das Verhältniss muss also zwischen den Verhältnissen $1 : 1$ und $1 : 2$ in der Mitte liegen — aber wiederum nicht ganz genau in der Mitte, noch auch allzunah an den beiden Extremen: denn es leuchtet ein, dass in beiden Fällen wiederum sehr bald die eine oder die andere Folge, welche ein ferneres Gegeneinanderwirken unmöglich macht, erfolgen würde. Es darf also, z. B. das Verhältniss nicht genau das Verhältniss $1 : 1\frac{1}{2} = 2 : 3$, noch auch ein Verhältniss, wie etwa $1\frac{1}{10} : 1\frac{2}{10}$ oder $1\frac{4}{10} : 1\frac{5}{10}$ sein, sondern es muss abermals zwischen diesen beiden in der Mitte liegen, und zwar wiederum so, dass ebenso die strenge Mitte wie die allzugrosse Annäherung an die Extreme vermieden wird. Annäherungsweise ist dies bereits in den beiden Verhältnissen $3 : 5$ und $5 : 8$ der Fall; aber es leuchtet ein, dass auch diese nicht als absolut fixe angenommen werden dürfen, ja dass das Verhältniss zwischen den beiden gegeneinanderwirkenden Agentien überhaupt kein absolut fixes, constantes, sondern vielmehr ein inmitten der grössten Bestimmtheit doch noch variables, nach zwei entgegengesetzten Seiten hin modificirbares und mithin einer unendlichen Bewegung fähiges sein muss. Ein solches ist aber eben das Verhältniss des goldnen

Schnitts, und es ist daher gar kein Wunder, dass wir es überall da, wo ein harmonisches Gegeneinanderwirken entgegengesetzter Kräfte oder Substanzen besteht, antreffen und es auch in dem Verhältniss der blutbildenden und wärmeerzeugenden Stoffe innerhalb der dem Körper besonders zuträglichen Nahrungsmittel wiederfinden.

§. 84.

Nach Liebig's Angaben verhält sich das Quantum der blutbildenden Stoffe zu dem der wärmeerzeugenden Stoffe in folgenden Nahrungsmitteln folgendermassen:

Reis . . .	= 8 : 100 = 1 : 12,50.
Kartoffel . .	= 11 : 100 = 1 : 9,09.
Gerste . . .	= 17 : 100 = 1 : 5,88.
Weizen . . .	= 21 : 100 = 1 : 4,76.
Frauenmilch .	= 28 : 100 = 1 : 4,00.
Kuhmilch . .	= 33 : 100 = 1 : 3,03.
Schweinefleisch	= 33 : 100 = 1 : 3,03.
Schaffleisch .	= 37 : 100 = 1 : 2,70.
Erbsen . . .	= 43 : 100 = 1 : 2,32.
Ochsenfleisch .	= 59 : 100 = 1 : 1,69.

Vergleichen wir diese Verhältnisse mit dem Kubusverhältniss des goldnen Schnitts (1 : 4,236), so erkennen wir, dass ihm das Mischungsverhältniss des Weizens einerseits und das der Frauenmilch andererseits am nächsten kommen. Ohne von dieser Uebereinstimmung der Verhältnisse etwas zu wissen, sondern rein auf physiologische Erfahrungen sich stützend und von der Ansicht ausgehend, dass die Mischung desjenigen Nahrungsmittels, welches die Natur selbst dem Menschen angewiesen hat, die dem Menschen zuträglichste sein müsse, hat aber auch Liebig das der Frauenmilch zum Grunde liegende Mischungsverhältniss für das dem Gedeihen des menschlichen Körpers heilsamste erklärt und darauf aufmerksam gemacht, dass das natürliche Bedürfniss selbst für eine Aufrechterhaltung desselben Sorge, indem

es den Menschen anrege, mit dem Genuss überwiegend blutbildender Nahrungsstoffe den Genuss von vorherrschend-wärmeerzeugenden zu verbinden und so die Abweichung nach der einen Seite hin durch eine ungefähr entsprechende Abweichung nach der andern Seite hin auszugleichen, z. B. den Hasen, welcher des wärmeerzeugenden Stoffes fast gänzlich ermangelt, zu spicken, zum Fleisch Gemüse zu essen u. s. w.

§. 85.

Und in der That wird durch die allgemein üblichen Zusammensetzungen der Speisen das scheinbar aufgehobene Verhältniss wieder hergestellt. Geniessen wir z. B. Reis mit Kuhmilch, so ist dies eine Composition der beiden Verhältnisse $8 : 100$ und $33 : 100$. Die Summe derselben ist aber das Verhältniss $41 : 200 = 1 : 4,8$, welches dem Normalverhältniss, als majorbevorzugende Modification desselben, schon ziemlich nahe kommt. Noch näher kommen wir ihm, wenn wir Schweinefleisch mit Kartoffeln essen: denn aus den beiden Verhältnissen $11 : 100$ und $33 : 100$ ergibt sich das Durchschnittsverhältniss $44 : 200 = 1 : 4,5$, doch wird auch hier noch der Major bevorzugt. Verbinden wir hingegen mit Kartoffeln Rindfleisch, so giebt diese Zusammenstellung das summarische Verhältniss $70 : 200 = 1 : 2,85$; dieses ist aber so stark minorbevorzugend, dass es noch einer Ausgleichung bedarf, die wir ihm dadurch geben, dass wir irgend ein Fett, Senf, Bier, eine gewürzige Brühe, ein spirituöses Getränk, kurz einen wärmeerzeugenden Stoff dazu geniessen, oder die Kartoffel durch ein leichteres Zugemüse ersetzen.

Anm. Liebig äussert sich in seinen chemischen Briefen hierüber so: „Es ist einleuchtend, dass wir durch Mischung dieser Nahrungsmittel eine der Milch oder dem Weizenbrode ähnliche Zusammensetzung hervorbringen können; durch Zusatz von Speck oder fettem Schweinefleisch zu Erbsen, Linsen oder Bohnen, oder von Kartoffeln zum Ochsenfleisch,

von fettem Schinken zum Kalbfleisch, von Reis zum Hammelfleisch vergrössern wir ihren Gehalt an stickstofffreien Materien. Ganz dasselbe geschieht durch geistige Getränke, welche, mit magerem Fleisch und wenig Brod genossen, eine der Milch, mit fettem Fleisch, eine dem Reis oder den Kartoffeln in Beziehung auf das Verhältniss stickstofffreier und plastischer Bestandtheile ähnliche Mischung geben.

„Es bedarf kaum mehr als eine Hindeutung auf diese Verhältnisse, um sogleich zu der Ueberzeugung zu gelangen, dass der Mensch in der Wahl seiner Speise (wenn ihm seine Verhältnisse eine Wahl gestatten) und ihrer Mischung von einem untrüglichen Instinkte geleitet wird, welcher auf einem Naturgesetze beruht.

„Dieses Naturgesetz schreibt dem Menschen wie dem Thiere feste, aber nach seiner Lebensweise und seinem körperlichen Zustande wechselnde Verhältnisse von plastischen und stickstofffreien Bestandtheilen in seiner Nahrung vor, welche dem Instinktgesetz und der Natur entgegen durch Zwang und Noth geändert werden können; aber dies kann nicht geschehen, ohne die Gesundheit, die körperlichen und geistigen Thätigkeiten des Menschen zu gefährden.

„Die Wissenschaft hat den erhabenen Beruf, dieses Naturgesetz zum Bewusstsein zu bringen, sie soll zeigen, warum der Mensch und das Thier für seine Lebensfunctionen eine solche Mischung in den Bestandtheilen seiner Nahrung bedarf, und welches die Einflüsse sind, welche eine Aenderung in dieser Mischung naturgesetzlich bestimmen.

„Die Bekanntschaft mit diesem Gesetz erhebt den Menschen in Beziehung auf eine Hauptverrichtung, die er mit dem Thiere gemein hat, über die vernunftlosen Wesen, und gewährt ihm in der Regelung seiner leiblichen, sein Bestehen und seine Fortdauer bedingenden Bedürfnisse einen Schutz, den das Thier nicht bedarf, weil in diesem die

Vorschriften des Instinktgesetzes weder durch Sinnenreiz noch durch einen widerstrebenden verkehrten Willen beherrscht werden.

„Die Frage nach den letzten Gründen, worauf dieses Instinktgesetz beruht, welches Menschen und Thiere nöthigt, neben den plastischen Materien, aus denen sich ihre Organe erzeugen, gewisse stickstofffreie Substanzen zu genießen, welche durch ihre Elemente an der Bildung dieser Organe keinen Antheil nehmen, so wie nach der Rolle, welche diese Materien in dem Lebensprocess spielen, beantwortet sich leicht, wenn wir die Bestandtheile des Körpers mit denen der Nahrung vergleichen, und diese letzteren als die Ursachen oder Bedingungen der Wirkungen betrachten, die sie im lebendigen Leibe hervorbringen.“

§. 86.

Man sieht hieraus, dass das Verhältniss des goldnen Schnitts auch seine praktische Bedeutung hat. Wie das Auge danach die Formen der menschlichen Gestalt, die Dimensionen eines Gebäudes etc. misst, wie das Ohr danach den Wohlklang der Accorde, die Wohlgefälligkeit der Rhythmen beurtheilt, so giebt auch die Zunge und noch richtiger das Wohl- und Uebelbefinden des Gesamtorganismus unbewusst und unwillkürlich nach ihm das Urtheil ab über die geschmackbefriedigende oder geschmackbeleidigende, heilsame oder schädliche Zusammensetzung der Speisen und stellt, so oft in einseitiger Weise dagegen verstossen ist, mit unabweislicher Strenge die Forderung, dass das verletzte Verhältniss durch ein Abschweifen nach entgegengesetzter Seite wieder hergestellt werde. Ist daher das Leben im Zustande der Gesundheit nichts Anderes als ein innerhalb gewisser Gränzen um dies Verhältniss sich bewegender Wechsel der den menschlichen Organismus bildenden und treibenden Substanzen, so beruht hingegen jeder Krankheitszustand auf einem mehr oder minder maasslosen Hinausschweifen über diese Gränzen nach einer

Seite hin, und die Heilung, möge sie von der Natur oder der Kunst bewirkt werden, kann daher nur darin bestehen, dass der Körper genöthigt wird, sich auch die entgegengesetzte Abweichung vom mittleren, normalen Zustande gefallen zu lassen. Ganz im Allgemeinen hat man dies längst erkannt und daher naturgemäss eine Magenüberladung durch eine Hungerkur, den übermässigen Genuss von Süssigkeiten durch Verordnung bitterer Stoffe, die Wirkung eines Giftes durch ein Gegengift aufzuheben und dadurch das Normalverhältniss wieder herzustellen gesucht. Aber auf welchen Stoffverbindungen eigentlich das normale Verhältniss beruht, und welche Zahlenverhältnisse diesen Stoffverbindungen zum Grunde liegen müssen — hierüber haben erst die hauptsächlich von Liebig ausgegangenen Fortschritte in der organischen Chemie und die daran sich anschliessenden Untersuchungen der neueren Physiologie wirklich wissenschaftliche und sicher leitende Aufklärungen gegeben. Wenn aber die Zahlenverhältnisse, welche hiebei durch die Erfahrungswissenschaften als die dem Normalzustande entsprechendsten festgestellt wurden, an und für sich betrachtet, noch als etwas Willkürliches oder Zufälliges erscheinen, so ist nun durch die hier gegebene Vergleichung derselben mit dem Verhältniss des goldenen Schnitts nachgewiesen, dass sie in bestimmter Beziehung zu einem bestimmten Gesetze stehen und zwar demselben Gesetze, nach welchem auch die Gestalt des Menschen gegliedert ist.

§. 87.

Inhalt und Form, Substanz und Bildung des menschlichen Organismus stehen also unter dem Einflusse eines und desselben Gesetzes; und da nach demselben Gesetz nicht nur die aussermenschliche Natur in den verschiedenartigsten Regionen des Daseins, sondern unbewusst und unwillkürlich auch der Geist des Menschen selbst schafft und bildet, so ist unverkennbar, dass in demselben ein höheres, das Reich des Geistigen mit dem Gebiet des Natürlichen stetig verknüpfendes Vernunftprincip

enthalten ist, dessen Erkenntniss und weitere Erforschung vor Allem dazu geeignet ist, in die Einheit und Harmonie des Universums einen Blick zu eröffnen und zwischen den Naturwissenschaften und den Wissenschaften des Geistes mittelst der zwischen beiden liegenden Wissenschaft des Räumlichen und Zeitlichen d. i. der Mathematik, eine Brücke zu bauen.

II. Bedeutung des Verhältnisses im Gebiet der anorganischen Stoffe.

§. 88.

Im Gebiet der anorganischen Stoffe ist das Verhältniss des goldnen Schnitts von entschieden geringerer Bedeutung, und dies ist ganz dem Wesen der anorganischen Natur entsprechend. Alles spricht dafür, dass dieselbe eine niedrigere Stufe unter den Entwicklungsformen des Daseins darstellt, auf welcher der in der ganzen Natur sich kundgebende Gegensatz von Gesetz und Freiheit noch nicht zu derjenigen Vermittlung gelangt ist, welche in höherem oder niederem Grade das Wesen der organischen Erscheinungen ausmacht. Daher finden wir hier die strengste Regelmässigkeit und die ungebundenste Regellosigkeit, das absolute Gleichmaass und die ausschweifendste Ungleichmässigkeit, die vollkommene Isomorphie und die complete Amorphie noch unvermittelt neben einander, und es ist mithin natürlich, wenn sich unter den anorganischen Substanzen eine grössere Anzahl sogenannter Elemente d. h. solcher Stoffe befindet, welche entweder dem Verhältniss der absoluten Differenz ($0 : 1$) oder dem der absoluten Gleichheit ($1 : 1$), also den niedrigsten Stufen der zum Verhältniss des goldnen Schnitts aufleitenden Zahlenreihe ($0 : 1$ $1 : 2 : 3 : 5 : 8$ etc.) entsprechen d. h. entweder als schlechthin einfache, mit Nichts zusammengesetzte Stoffe erscheinen, oder so gleichmässig zusammengesetzt sind, dass sich die beiden Bestandtheile nicht von einander unterscheiden lassen.

§. 89.

Ebenso natürlich ist es, dass auch die Verhältnisse, unter denen die einfachen Stoffe mit einander Verbindungen eingehen, zum grossen Theil solche sind, welche theils dem Verhältniss einer extravaganten Differenz theils dem des vollkommenen Gleichmaasses entsprechen (z. B. das zwischen dem Mischungsgewicht des Wasserstoffs und dem des Wismuths bestehende Verhältniss $= 1 : 212$, und das Verhältniss zwischen den Aequivalenten des Platins und Iridiums $= 98 : 98$) und dass zwischen diesen beiden extremen Verhältnissen eine so unendliche Masse von verschiedenen Verhältnissen liegt, dass sich von einem mittleren oder Durchschnittsverhältniss kaum reden lässt. Inzwischen findet sich jedoch auch in dieser Sphäre Manches, was der sonstigen Bedeutung des fraglichen Verhältnisses gemäss zu sein scheint, und ich will daher hier auf einige der Punkte, die der Berücksichtigung nicht unwerth sein dürften, aufmerksam machen, jedoch mit der ausdrücklichen Bitte, dass man darin nur unmassgebliche Andeutungen sehen möge.

§. 90.

Jenachdem man das Aequivalent des Sauerstoffs oder das des Wasserstoffs als 1 annimmt, ordnen sich die Aequivalente der Elemente nach folgenden Zahlenwerthen:

Sauerstoff = 1,00.		Wasserstoff = 1.	
Wasserstoff	0,125	1	= Kubus von 1.
Kohlenstoff	0,75	6	 1,81.
Lithium	0,82	6,56	 1,87.
Beryllium	0,87	6,96	 1,91.
Sauerstoff	1,00	8	 2.
Bor	1,36	10,9	 2,21.
Magnesium	1,58	12,64	 2,33.
Aluminium	1,71	13,68	 2,39.
Stickstoff	1,75	14	 2,41.
Schwefel	2,00	16	 2,52.

Fluor	2,35	18,84 = Kubus von 2,66.
Calcium	2,50	20 2,71.
Kiesel	2,77	22,18 2,81.
Natrium	2,90	23,2 2,85.
Titan	3,01	24,12 2,89.
Chrom	3,28	26,28 2,97.
Mangan	3,37	27,57 3,02.
Eisen	3,50	28 3,04.
Kobalt	3,68	29,48 3,08.
Nickel	3,69	29,54 3,09.
Kupfer	3,96	31,68 3,16.
Phosphor	4,00	32 3,18.
Zink	4,06	32,48 3,19.
Chlor	4,43	35,46 3,28.
Kalium	4,89	39,12 3,29.
Selen	4,95	39,6 3,41.
Strontium	5,46	43,68 3,52.
Molybdän	5,96	47,68 3,62.
Rhodium	6,52	52,68 3,73.
Palladium	6,65	53,24 3,75.
Cadmium	6,96	55,73 3,82.
Zinn	7,35	58,82 3,88.
Uran	7,43	59,44 3,90.
Thorium	7,44	59,52 3,90.
Tellur	8,02	61,16 4,00.
Barium	8,55	68,4 4,09.
Vanadium	8,57	68,56 4,09.
Arsen	9,37	75 4,22.
Brom	10,00	80 4,31.
Wolfram	11,88	95 4,56.
Platin	12,32	98,56 4,61.
Iridium	12,32	98,56 4,61.
Quecksilber	12,50	100 4,64.

Blei	12,94	103,56	=	Kubus	von	4,69.
Silber	13,50	108	.	.	.	4,76.
Jod	15,85	126,84	.	.	.	5,02.
Antimon	16,13	129	.	.	.	5,05.
Gold	24,58	196,64	.	.	.	5,81.
Wismuth	26,60	212,8	.	.	.	5,97.
§. 91.						

Unter den zwischen diesen Elementen bestehenden Verhältnissen ist vorzugsweise das des Sauerstoffs zu den übrigen Stoffen von Wichtigkeit. Fragen wir nun, zu welchem der übrigen Stoffe der Sauerstoff zunächst im Verhältniss des goldnen Schnitts steht, so finden wir, dass er sich zum Phosphor und Zink ziemlich genau wie $5^3 : 8^3$, dagegen zum Chlor und zum Kalium wie $3^3 : 5^3$ verhält; denn es verhält sich:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sauerstoff : Phosphor} = 1 : 4,0 \\ \text{Sauerstoff : Zink} = 1 : 4,0 \end{array} \right\} \text{=c. } 5^3 : 8^3 = 1 : 4,09$$

dagegen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Sauerstoff : Chlor} = 1 : 4,43 \\ \text{Sauerstoff : Kalium} = 1 : 4,89 \end{array} \right\} 1 : 4,66 = 3^3 : 5^3 = 1 : 4,62.$$

Von Interesse ist, dass sich unter diesen Stoffen gerade das Kalium befindet, welches dem Sauerstoff gegenüber am Entschiedensten den Charakter einer Base hat und von allen Elementen die stärkste Neigung zeigt, sich mit ihm zu verbinden und durch ihn zu ergänzen, ganz, wie es zwei Elementen, die im Verhältniss des Major und Minor zu einander stehen, angemessen ist. Auch bilden sie zu einander rücksichtlich ihres elektrischen Verhaltens den stärksten Gegensatz, indem der Sauerstoff im höchsten Grade elektro-negativ, das Kalium im höchsten Grade elektro-positiv ist.

§. 92.

Dass der Phosphor zum Sauerstoff in demselben Verhältniss steht, scheint insofern beachtenswerth, als die Phosphorsäure einen sehr wesentlichen Bestandtheil der thierischen Stoffe,

insbesondere der Knochenmasse bildet; es drückt sich also hier bereits die Bedeutung des Verhältnisses für die Zusammensetzung der organischen Substanzen aus. Auch in Betreff des Zinks und Chlors dürfte vielleicht ein Zusammenhang zwischen ihren Eigenschaften und diesem Verhältniss bestehen, z. B. beim Zink die Bedeutung desselben für die galvanischen Batterien, und beim Chlor dessen Beziehung zum Kochsalz, zur Salzsäure, zum Chloroform u. s. w., so wie überhaupt seine starke Neigung, sich mit den übrigen Stoffen zu verbinden, worin es dem Sauerstoff ähnlich ist. Bemerkenswerth ist hier noch, dass im Kochsalz oder Chlor-Natrium zwischen dem Chlor und Natrium das Verhältniss des goldenen Schnitts in nicht potenzirter Form besteht: denn das Chlor verhält sich zum Natrium wie $35,46 : 23,20 = 1,000 : 0,654$, ein Verhältniss, welches zwischen den beiden minorbevorzugenden Modificationen des Normalverhältnisses ($8 : 5$ und $3 : 2$) in der Mitte liegt. In der Chlorwasserstoff- oder Salzsäure steht der Wasserstoff zum Chlor im Verhältniss $1 : 35,46$. Dies Verhältniss stellt sich als die Combination der Verhältnisse $1 : 8$ und $8 : 35$ oder $1^3 : 2^3$ und $3^3 : 5^3$ dar. Man kann daher auch sagen, es verhalte sich $H : A = 3^3 : 5^3 + 2^3$. Der Major erscheint hier also nur als ein Multiplum des einfachen Majors.

§. 93. Elemente, zu deren Aequivalenten das Aequivalent des Sauerstoffs in einem Verhältniss steht, welches zwischen den Verhältnissen $5^3 : 8^3$ und $2^3 : 3^3$ liegt, sind:

Kupfer ($O : Cu. = 1 : 3,96$ oder in Wurzelform $2 : 3,16$).

Nickel ($O : Ni. = 1 : 3,69$ $2 : 3,09$).

Kobalt ($O : Co. = 1 : 3,68$ $2 : 3,08$).

Eisen ($O : Fe. = 1 : 3,50$ $2 : 3,04$).

Mangan ($O : Mn. = 1 : 3,44$ $2 : 3,02$).

Zwischen den Verhältnissen $2^3 : 3^3$ und $3^3 : 4^3$ ($1 : 2,37$) bewegen sich in der gedachten Beziehung:

Chrom ($O : Cr. = 1 : 3,28$ oder in Wurzelform $2 : 2,97 = 3 : 4,39$).

Titan ($O : Ti. = 1 : 3,01$ oder in Wurzelform $2 : 2,89 = 3 : 4,33$).
 Natrium ($O : Na. = 1 : 2,90 \dots \dots \dots = 2 : 2,85 = 3 : 4,27$).
 Kiesel ($O : Si. = 1 : 2,77 \dots \dots \dots = 2 : 2,81 = 3 : 4,22$).
 Calcium ($O : Ca. = 1 : 2,50 \dots \dots \dots = 2 : 2,71 = 3 : 4,06$).
 Fluor ($O : Fl. = 1 : 2,35 \dots \dots \dots = 2 : 2,66 = 3 : 4,00$).

Den Verhältnissen $4^3 : 5^3$ ($1 : 1,95$) und $5^3 : 6^3$ ($1 : 1,58$), den Ergänzungsverhältnissen von $5^3 : 8^3$ und $3^3 : 5^3$, wenn man das Verhältniss $1^3 : 2^3 = 4^3 : 8^3 = 3^3 : 6^3$ als das die Totalität der Einheit ausdrückende Verhältniss ansieht, entsprechen am genauesten:

Schwefel ($O : S = 1 : 2,00$; in Wurzelform $2 : 2,52 = 4 : 5,04$).
 Stickstoff ($O : N = 1 : 1,75 \dots \dots \dots = 2 : 2,41 = 5 : 6,02$).

Mit dem Verhältniss $4 : 3 = 1,1^3 : 1$ correspondirt das Verhältniss des Sauerstoffs zum Kohlenstoff ($= 1 : 0,75$) und annäherungsweise zum Lithium und Beryllium. Durchschnittlich wie $m : M$ (in nicht potenzirter Form) verhält sich der Sauerstoff zum Magnesium und Aluminium dergestalt, dass jenes ein wenig unter, dieses ein wenig über dem Werth des Majors liegt.

§. 94.

Alle in §. 93 angeführten Verhältnisse sind, sofern sie als Kubusverhältnisse angesehen werden, minorbevorzugende oder zwischen den Verhältnissen $5^3 : 8^3$ und $1^3 : 1^3$ liegende. Als majorbevorzugende und zwar zwischen den Verhältnissen $3^3 : 5^3$ und $1^3 : 2^3$ sich bewegende, mithin den Verhältnissen des Chlor und Kalium sich anreihende, stellen sich die Verhältnisse folgender Stoffe dar:

Selen ($O : Se. = 1 : 4,95$; in Wurzelform $2 : 3,41 = 3 : 5,12$).
 Strontium ($O : Sr. = 1 : 5,46 \dots \dots \dots = 2 : 3,52$).
 Molybdän ($O : Mo. = 1 : 5,96 \dots \dots \dots = 2 : 3,62$).
 Rhodium ($O : Rh. = 1 : 6,52 \dots \dots \dots = 2 : 3,73$).
 Palladium ($O : Pa. = 1 : 6,65 \dots \dots \dots = 2 : 3,75$).
 Cadmium ($O : Cd. = 1 : 6,96 \dots \dots \dots = 2 : 3,82$).

Zinn	(O : St. = 1 : 7,35 ; in Wurzelform 2 : 3,88
Uran	(O : Ur. = 1 : 7,43 ; 2 : 3,90
Thorium	(O : Th. = 1 : 7,44 ; 2 : 3,90
Tellur	(O : Te. = 1 : 8,02 ; 2 : 4,00 = 1 : 2.

§. 95.

Man sieht hieraus, dass sich bei Weitem die meisten der zwischen den Aequivalenten bestehenden Verhältnisse in Wurzelform zwischen den Verhältnissen 1 : 1 und 1 : 2, also innerhalb derjenigen Gränzen bewegen, welche die wirklich extravaganten Verhältnisse ausschliessen und zwischen dem kleinern und grösseren Theil eines Ganzen nur eine Differenz zulassen, welche dem Werth des kleineren Theils gleich ist. Die hierüber hinausgehenden Verhältnisse sind also überhaupt der Zahl nach gering; aber auch unter ihnen sind mehrere, welche trotzdem, dass sie jene Gränzen überschreiten, darum noch nicht als wirkliche Missverhältnisse anzusehen sind, weil sich der Major in ihnen mehr oder minder genau als ein blosses Multiplum des einfachen Majors darstellt. Das Verhältniss des Sauerstoffs zum Silber ist = 1 : 13,50; hierin ist der Major 13,50 genau das Vierfache vom Major des Verhältnisses 1 : 3,375 = $2^3 : 3^3$; es lässt sich also jenes scheinbar extravagante Verhältniss auch in der Form: $2^3 : (3^3 \times 4)$ ausdrücken. Das Verhältniss des Sauerstoffs zum Golde ist = 1 : 24,58; hierin ist der Major 24,58 fast genau das Sechsfache vom Major des Verhältnisses 1 : 4,09 = $5^3 : 8^3$, denn dieses Sechsfache beträgt 24,54. In ähnlicher Weise lassen sich folgende Verhältnisse auffassen:

Sauerstoff (O) : Barium	1 : 8,55	} = c. 1 : 4,09 $\times$ 2 = $5^3 : (8^3 \times 2)$.
O : Vanadium	1 : 8,57	
O : Arsen	1 : 9,37	= c. 1 : 4,62 $\times$ 2 = $3^3 : (5^3 \times 2)$.
O : Brom	1 : 10,00	= c. 1 : 3,375 $\times$ 3 = $2^3 : (3^3 \times 3)$.
O : Platina	1 : 12,32	} = c. 1 : 4,09 $\times$ 3 = $5^3 : (8^3 \times 3)$.
O : Iridium	1 : 12,32	

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Sauerstoff (O) : Quecksilber} & 1 : 12,50 & \\
 \text{O : Blei} & 1 : 12,94 & \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Sauerstoff (O) : Quecksilber} \\ \text{O : Blei} \end{array}} \right\} = c. 1 : 4,236 \times 3 = m^3 : (M^3 \times 3). \\
 \text{O : Jod} & 1 : 15,85 & = c. 1 : 8,000 \times 2 = 1^3 : (2^3 \times 2). \\
 \text{O : Antimon} & 1 : 16,13 & = c. 1 : 4,09 \times 4 = 5^3 : (8^3 \times 4). \\
 \text{O : Wismuth} & 1 : 26,60 & = c. 1 : 3,375 \times 8 = 2^3 : (3^3 \times 8).
 \end{array}$$

§. 96.

Es fällt mir nicht ein, zu behaupten, dass diese Verhältnisse gerade so, wie hier angedeutet, aufgefasst werden müssen; aber es scheint mir immerhin der Prüfung werth, ob sie, ohne dass anderweitige Gründe dagegen sprechen, so oder ähnlich aufgefasst werden können: denn wenn dieses der Fall ist, wird durch eine derartige Auffassungsweise den scheinbar höchst divergirenden Verhältnissen, welche zwischen dem Aequivalent des Sauerstoffs und denen der übrigen Elemente bestehen, der Charakter des schlechthin Willkürlichen und einer entschiedenen Disproportionalität genommen und die Abweichungen und Differenzen zwischen ihnen reduciren sich auf maasshaltende, innerhalb bestimmter Gränzen sich bewegende Schwankungen um ein mittleres Normalverhältniss, wie sie nothwendigerweise bestehen müssen, wenn überhaupt in der Natur Bewegung, Wechsel und Freiheit bestehen soll. Bisher hat man die Zahlenverhältnisse der Aequivalente unter einander stets nur so aufgefasst, wie sie sich unmittelbar darstellen, und in dieser Form zeigen sie allerdings Missverhältnisse der extravagantesten Art. In einer Verbindung, in welcher, wie in der von Sauerstoff und Wismuth, der eine Bestandtheil $= 1$, der andre $=$ circa 27 ist, kann von einem proportionalen Verhalten beider Theile zu einander, wenn man sich beide Theile als Grössen von nur einer Dimension denkt, gar nicht mehr die Rede sein. Denkt man sie sich aber als Körper mit drei Dimensionen, z. B. als Würfel, so kommen auf jede einzelne der drei Dimensionen des grösseren Bestandtheils im Durchschnitt nur 3 Einheiten, es verhält sich mithin die einzelne Dimension des kleinern Theils zur einzelnen Dimension

des grösseren Theils nur wie $1 : 3$; dies ist aber ein zwar die gewöhnlichen Gränzen schon überschreitendes, aber doch immer noch leicht überschauliches Verhältniss: denn der Major in demselben ist nur das Zweifache von dem Verhältniss $1 : 1\frac{1}{2} = 2 : 3$. Dass durch eine solche Verdoppelung oder auch höhere Vervielfältigung des einen Theils eines Verhältnisses der ursprüngliche Charakter nicht aufgehoben, sondern nur gesteigert wird, dafür giebt die Chemie in den verschiedenen Oxydationsstufen, deren wir unten gedenken werden, selbst eine Masse von Belegen; es zeigt sich aber dasselbe auch in anderen Gebieten. So macht z. B. die um eine Octave gesteigerte Quinte ($c + \bar{g}$) im Wesentlichen denselben Eindruck wie die eigentliche Quinte ($c + g$); es besteht zwischen beiden Intervallen nur ein Gradunterschied, ähnlich wie zwischen einem Oxyd und einer Säure. In der gesteigerten Quinte ($c + \bar{g}$) ist aber das Verhältniss zwischen beiden Tönen genau dasselbe wie das zwischen den Wurzelgrössen des Sauerstoff- und des Wismuthäquivalents, nämlich $1 : 3 = 2 : (3 \times 2) = \frac{2}{3} : 3$. Da es aber unter den Elementen extremere Verhältnisse als das des Sauerstoffs zum Wismuth einerseits ($1^3 : 3^3$) und das des Sauerstoffs zum Wasserstoff andererseits ($2^3 : 1^3$) nicht giebt: so bewegen sich sämtliche Verhältnisse nach der hier gegebenen Auffassungsweise zwischen zwei an sich nichts weniger als maasslos ausschweifenden oder wirklich disproportionalen Verhältnissen, und ein eigenthümliches Zusammentreffen ist es, dass sich zwischen denselben Verhältnissen nicht nur die planetarischen (§. 38), sondern auch diejenigen Verhältnisse bewegen, in welchen die Aequivalentvolumina der gas- oder dampfförmigen Stoffe zu einander stehen: denn das Aequivalentvolumen des Sauerstoffs verhält sich einerseits zu dem des Wasserstoffs wie $1 : 2$, dagegen andererseits zu dem des Schwefels wie $3 : 1$. Der Unterschied besteht also nur in einer umgekehrten Anordnung und in der Verschiedenheit der Potenzen, wie folgende Zusammenstellung zeigt:

Aequivalent-Gewicht: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Wasserstoff : Sauerstoff : Wismuth} \\ \frac{1}{2}^3 : 1^3 : 3^3 \end{array} \right.$

Aequivalent-Volumen: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Wasserstoff : Sauerstoff : Schwefeldampf} \\ 2 : 1 : \frac{1}{3} \end{array} \right.$

§. 97.

Ich habe bisher bloss auf das Verhältniss des Sauerstoffs zu den übrigen Elementen Rücksicht genommen. Um auch die Erkenntniss der übrigen Verhältnisse zu erleichtern, will ich hier die den Modificationen des Normalverhältnisses zunächst entsprechenden einfach und ohne irgendwelche Folgerungen daran zu knüpfen, zusammenstellen mit dem Bemerken, dass die Zahlen und ihre Verhältnisse zu einander auf die Aequivalentgewichte zu beziehen sind.

Genau oder ungefähr finden zwischen denselben folgende Verhältnisse Statt:

$1^3 : 1^3$. Kohlenstoff : Lithium, Beryllium.

Magnesium : Aluminium.

Stickstoff : Schwefel.

Kiesel : Natrium, Titan.

Mangan : Eisen, Kobalt, Nickel.

Kupfer : Phosphor, Zink.

Rhodium : Palladium.

Zinn : Uran, Thorium.

Tellur : Barium.

Platin : Iridium, Quecksilber.

Jod : Antimon.

Gold : Wismuth.

$1^3 : 2^3$ Wasserstoff : Sauerstoff.

Kohlenstoff : Molybdän, Rhodium.

Sauerstoff : Tellur, Barium.

Bor : Brom.

Magnesium : Quecksilber.

Schwefel : Jod, Antimon.

	Titan, Chrom	: Gold, Wismuth.
$2^3 : 3^3$	Kohlenstoff	: Calcium.
	Sauerstoff	: Mangan, Eisen, Kobalt, Nickel.
	Bor	: Kalium.
	Stickstoff	: Molybdän, Rhodium.
	Schwefel	: Palladium, Zinn.
	Fluor	: Thorium.
	Calcium	: Tellur.
	Kiesel	: Arsen.
	Natrium	: Brom.
	Chrom, Eisen	: Wolfram.
	Kobalt, Nickel	: Platin.
	Kupfer, Phosphor	: Quecksilber.
	Zink	: Blei.
	Chlor	: Silber.
	Kalium	: Jod.
	Zinn	: Gold.
	Thorium, Tellur	: Wismuth.
$3^3 : 5^3$	Kohlenstoff	: Mangan, Eisen, Kobalt, Nickel.
	Sauerstoff	: Chlor, Kalium, Selen.
	Bor	: Molybdän, Strontium, Palladium.
	Stickstoff	: Tellur, Barium, Arsen.
	Schwefel	: Arsen, Brom.
	Fluor	: Brom.
	Natrium	: Wolfram.
	Mangan, Eisen, etc.	: Jod.
	Kalium	: Gold.
	Selen	: Wismuth.
$5^3 : 8^3$	Kohlenstoff	: Natrium, Titan.
	Sauerstoff	: Zink, Phosphor.
	Stickstoff	: Zinn.
	Schwefel	: Tellur.
	Fluor	: Arsen.

Calcium : Brom.
 Kiesel : Wolfram.
 Natrium : Wolfram.
 Chrom : Quecksilber, Blei.
 Chrom : Silber.
 Kupfer : Jod.
 Phosphor, Zink : Antimon.
 Molybdän : Gold.
 Rhodium, Zinn : Wismuth.

Es entsprechen mithin mehr oder minder genau die folgenden Aequivalente folgenden Zahlenreihen:

Wasserstoff : Sauerstoff : Chrom, Mangan : Jod, Antimonium

1^3 : 2^3 : 3^3 : 5^3

Sauerstoff : Tellur : Wismuth

2^3 : 4^3 : 6^3

Kohlenstoff : Molybdän : Antimon, Gold

$1,8^3$: $3,6^3$: $5,4^3$

Sauerstoff : Kalium : Antimon, Gold

3^3 : 5^3 : 8^3

Sauerstoff : Zink, Chlor : Antimon, Gold

5^3 : 8^3 : 13^3

Mit dem nicht potenzirten Normalverhältniss und seinen nächsten Modificationen correspondiren mehr oder minder genau die Verhältnisse zwischen den Aequivalenten folgender Stoffe: Kohlenstoff und Bor, Sauerstoff und Magnesium, Sauerstoff und Aluminium, Sauerstoff und Stickstoff, Magnesium und Calcium, Aluminium und Kiesel, Stickstoff und Natrium, Schwefel und Chrom, Calcium und Phosphor (Knochensubstanz), Calcium und Zink, Kiesel und Chlor, Natrium und Chlor (Kochsalz), Titan und Kalium, Titan und Selen, Chrom und Strontium, Eisen (Kobalt, Nickel) und Molybdän, Kupfer (Phosphor, Zink) und Rhodium (Palladium), Chlor und Zinn, Kalium und Tellur, Strontium und Barium (Vanadium), Molybdän und Arsen, Uran und Wolfram,

Thorium und Platin (Iridium), Tellur und Quecksilber, Tellur und Blei, Barium und Silber, Arsen und Jod, Brom und Jod, Brom und Antimon, Jod und Gold, Gold und Wismuth.

Bemerkt sei noch, dass sich schon die Verhältnisse des Kohlenstoffs zum Sauerstoff und des Sauerstoffs zum Stickstoff um das Normalverhältniss bewegen, indem jenes (6 : 8) eine minorbevorzugende, dieses (8 : 14) eine majorbevorzugende Modification desselben ist. Auch ist das Durchschnittsverhältniss, in welchem der Sauerstoff zu sich selbst und zu den übrigen Stoffen, welche die Hauptbestandtheile der Organismen bilden (Wasserstoff, Kohlenstoff, Stickstoff, Schwefel und Phosphor) steht, ein dem Normalverhältniss sehr nahekommendes, denn es ist $48 : 77 = 1 : 1,603$.

§. 98.

Verbindungen der Elemente.

Bekanntlich verbinden sich die Elemente nur nach ihren Aequivalenten oder nach Multipeln derselben. Unter den Verbindungen des Sauerstoffs mit irgend einem andern Element (R) kommen folgende Verhältnisse vor:

Häufiger : $R : O = 1 : 1 ; 1 : 2 ; 1 : 3 ; 1 : 5 ; 2 : 3$.

Seltner : $R : O = 1 : 4 ; 1 : 7 ; 2 : 1 ; 2 : 2 ; 2 : 5 ; 2 : 7 ; 3 : 5 ; 4 : 5$.

Die Multiplicatoren des Sauerstoffs in den gewöhnlichen Verbindungen sind also identisch mit den Zahlen der Reihe 1 : 2 : 3 : 5. Entsprechen die Verbindungen den Verhältnissen 1 : 1 und 1 : 2, so gehören sie in der Regel zu den niederen Oxydationsstufen (Oxydulen, Oxyden, Ueberoxyden); entsprechen sie hingegen den Verhältnissen 1 : 3 und 1 : 5, so pflegen sie höhere Oxydationsstufen (Säuren) zu bilden. Die beiden extremsten Verhältnisse sind 1 : 1 und 1 : 7. Hiezwischen liegt als Durchschnittsverhältniss das Verhältniss $1 : 4 = \text{circa } 5^3 : 8^3$.

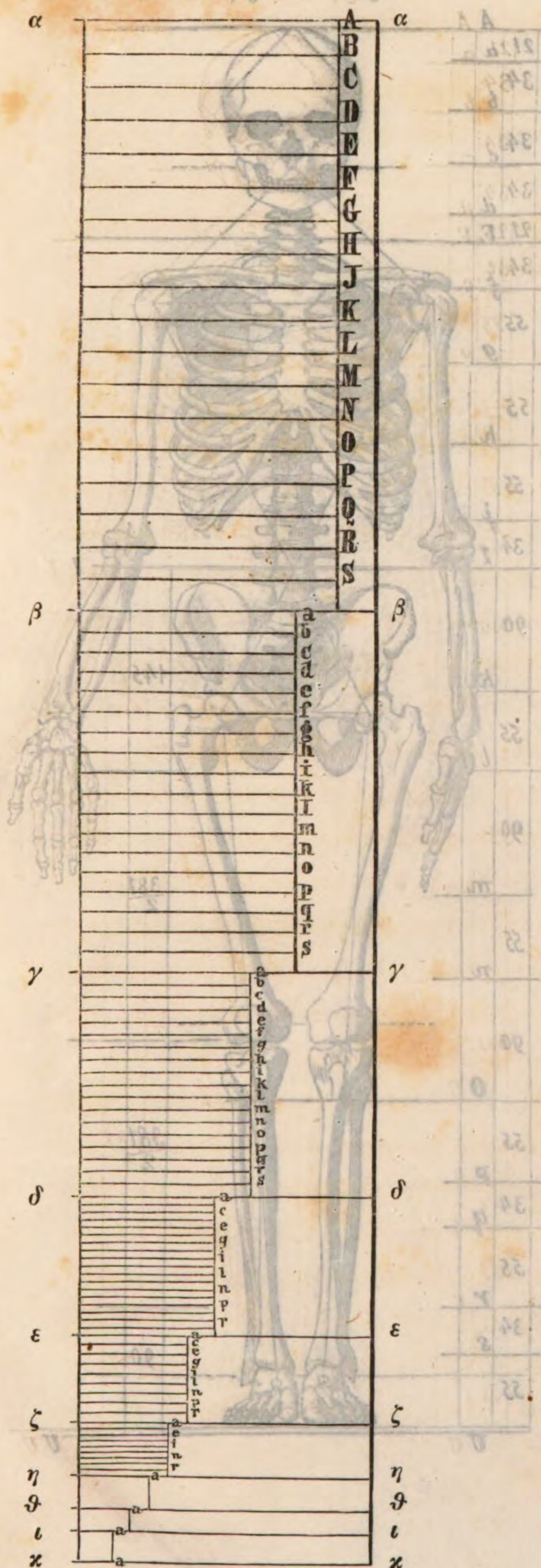
§. 99.

Was die Zusammensetzung der anorganischen Stoffe nach Procenten betrifft, so verdient es besonders Beachtung, dass

gerade diejenigen Verbindungen, welche für die Organismen von höchster Wichtigkeit sind, nämlich das Kochsalz und das Ammoniak, unserm Verhältniss sehr nahe stehen. Im Kochsalz nämlich verhält sich, wie oben bereits erwähnt, die Gewichtsmenge des Natriums zu dem des Chlors wie $23:35 = 1:1,534$; dies Verhältniss liegt aber zwischen den Verhältnissen $2:3$ und $5:8$, und zwar in nicht potenzirter Form. Im Ammoniak hingegen stehen Wasserstoff und Stickstoff im Verhältniss $3:14 = 1:4,66 = 3^3:5^3$. Dem Ammoniak schliesst sich zunächst das Kali an mit dem Verhältniss $8:39 = 1:4,8$; und auf der anderen Seite das Natron, obschon dieses schon ziemlich stark abweicht und bereits zwischen den Verhältnissen $2^3:3^3$ und $3^3:4^3$ liegt. Dem letzteren Verhältniss entspricht auffallender Weise auch die Zusammensetzung der arsenigen Säure, während sonst die starken Gifte extremere Verhältnisse zeigen, z. B. Schwefelwasserstoff $1:16$; Blausäure $1:20$ etc. Die für die Organismen höchst wichtige Kohlensäure entspricht dem Verhältniss $6:16 = 1:2,66$, liegt also ebenfalls zwischen den Verhältnissen $2^3:3^3$ und $3^3:4^3$. Die meisten der übrigen Verbindungen nähern sich mehr oder weniger dem Verhältniss der Gleichheit $1^3:1^3$, z. B. die Phosphorsäure, die Kieselsäure, die schweflige Säure etc., oder dem Verhältniss der Duplicität $1^3:2^3$, z. B. das Wasser; oder sie gehen über das letztere Verhältniss noch hinaus, wie z. B. ausser den bereits genannten Giften der Kohlenwasserstoff $= 1:6$; das Quecksilberoxyd $= 1:12,5$, der Chlorwasserstoff $= 1:35$ etc.

Wenn sich also auch im Bereich der anorganischen Natur die Beziehung der vorkommenden Verhältnisse zu dem hier erörterten Normalverhältniss als eine bei Weitem seltenere, fernere und weit stärkeren Schwankungen unterworfen darstellt, so scheint sich doch im Grossen und Ganzen auch hier das Gesetz festhalten zu lassen, dass die Stoffverbindungen, je nachdem sie sich dem Normalverhältniss enger anschliessen oder weiter von ihm entfernen, einer höheren oder niederen Stufe der Entwicklung angehören und zur organischen Natur eine freundlichere oder feindlichere, nähere oder

fernere Beziehung haben. Bei aller Strenge, mit welcher in diesem Gebiete der Natur bestimmte Zahlen-Maass- und Gewichtsverhältnisse innegehalten werden, zeigt sich doch hier auch noch sehr viel Willkür und Zufall; ja die Gesetze selbst stellen sich dem denkenden, nach inneren Gründen und einem einheitlichen Zusammenhange forschenden Geiste zum grossen Theil als räthselhafte Bestimmungen dar, deren Grund die Vernunft nicht einzusehen vermag, und welche sich zum Theil untereinander selbst aufzuheben scheinen, wenigstens sich nicht mit Consequenz durchführen lassen. Es bleibt also auf diesem Felde der Forschung noch viel zu thun übrig, und wenn sich unter den Hindernissen, welche sich einem tieferen Eindringen in die inneren Gründe der Erscheinungen bis jetzt entgegengestellt haben, besonders eines fühlbar gemacht hat, der Umstand nämlich, dass sich die realiter vorkommenden Verhältnisse den einfachen und rationalen Zahlenverhältnissen nicht haben fügen wollen: so wird es nicht unzweckmässig sein, es auch einmal mit einem an sich irrationalen und potenzierten Verhältniss zu versuchen, in welchem sich ein weit tieferes, allgemeineres und vernunftgemässeres Gesetz ausdrückt als in irgend einem der einfachen rationalen Verhältnisse gefunden werden kann, und welches ausserdem mit den rationalen Verhältnissen dergestalt im Zusammenhange steht, dass es sich als die höchste Vermittelung und gleichsam als vorschwebendes Ideal derselben darstellt. Die Bedeutung dieses Verhältnisses im Bereich der organischen Substanzen ist unverkennbar und ausser Zweifel; dass sich aber auch im Gebiet der anorganischen Stoffe nicht wenige Erscheinungen finden, welche diese Bedeutung, sei es im hohen oder niederen Grade, wenigstens als wahrscheinlich hinstellen, dürfte selbst aus den dürftigen und völlig anspruchslosen Andeutungen, welche hier gegeben sind, hervorgehen, und ich hoffe daher, dass die Männer der Wissenschaft die von mir angeregte Frage aufnehmen und in gründlicherer Weise, als es mir möglich war, verfolgen werden.



Will man wissen, ob an einem sichtbaren Gegenstande die Eintheilung irgend einer seiner Dimensionen dem Verh. des goldnen Schnitts entspricht, so kann man sich hiezu des beistehenden Maassstabes bedienen, sofern nicht die Länge desselben von dem Maasse der zu prüfenden Dimension übertroffen wird. Das Verfahren ist folgendes. Man legt die unterste Linie des Proportionsmessers (κ) mit dem unteren Ende der Dimension in gleiche Höhe, sieht dann zu, mit welchem Buchstaben (a, b, c etc.), gleichviel in welcher Abtheilung, der höchste Punkt der ganzen Dimension in gleicher Höhe liegt und vergleicht hierauf, ob die Lage des gleichnamigen Buchstabens in der nächst niederen oder der ihr folgenden Abtheilung mit der Lage eines wesentlichen Abschnitts der Dimension zusammenfällt. Ist dies mehr oder minder genau der Fall, so ist die Dimension mehr oder minder genau nach dem bewussten Verhältniss eingetheilt. — Will man die Untereintheilung irgend eines Abschnitts prüfen, so muss man stets das untere Ende dieses Abschnitts mit dem unteren Ende des Proportionsmessers in gleiche Höhe legen.

Ist die zu prüfende Dimension länger als der beistehende Maassstab, so muss man sich ihn nach Bedürfniss verlängern, nämlich oben an ihn ein in 18 gleiche Theile eingetheiltes Stück $= \beta\kappa$, welches $\alpha'\kappa$ heissen möge, dann wieder ein Stück $= \alpha\kappa$ mit der Bezeichnung $\alpha''\kappa$, hierauf wieder ein Stück $= \alpha'\kappa$ mit der Benennung $\alpha'''\kappa$ etc. ansetzen, bis er eine Länge besitzt, wie man sie gebraucht.

Mit Hülfe eines solchen Maassstabes kann man ohne weitere Construction Figuren von beliebiger Grösse nach dem bewussten Verhältniss construiren. Gilt es z. B. eine menschliche Figur in der Höhe von $\alpha\kappa$ zu zeichnen, so hat man in $\beta\kappa$ das Maass des Unterkörpers, in $\gamma\kappa = \alpha\beta$ das Maass des Oberkörpers und der Oberschenkelpartie, in $\delta\kappa$ das Maass der Rumpfpattie und Unterschenkelpartie, in $\epsilon\kappa$ das Maass der Kopfpartie u. s. w. Soll die Totalhöhe nur von κ bis M unter α reichen, so reicht der Unterkörper von κ bis m unter β , der Oberkörper von κ bis m unter γ , die Rumpfpattie von κ bis m unter δ u. s. w.; kurz der Maassstab gewährt die Maasse für sämtliche Abtheilungen, wie sie Seite 264 fg. in meiner „Proportionslehre“ zusammengestellt sind.

Fig. 1. Zu § 10.

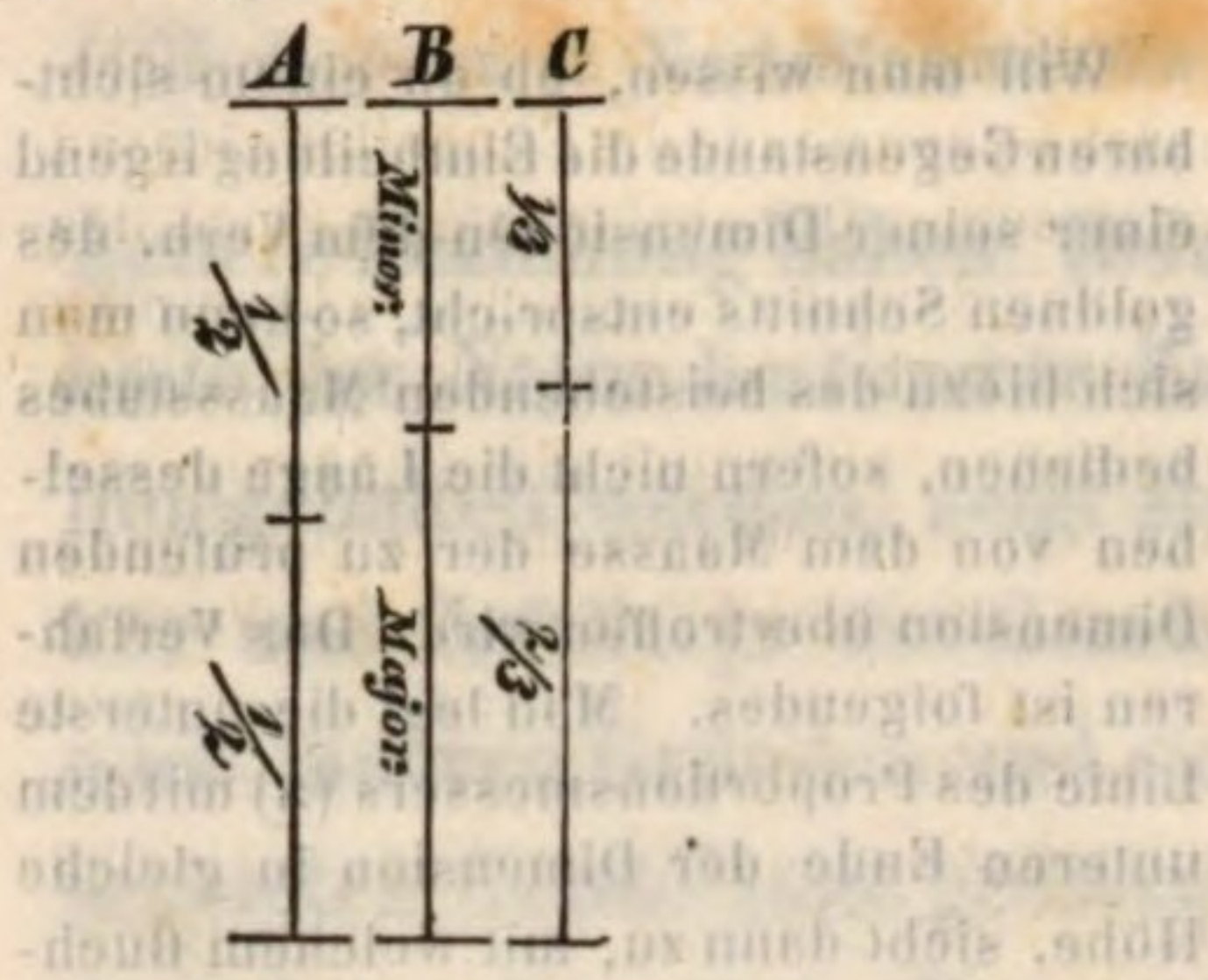


Fig. 2. Zu § 12—23.

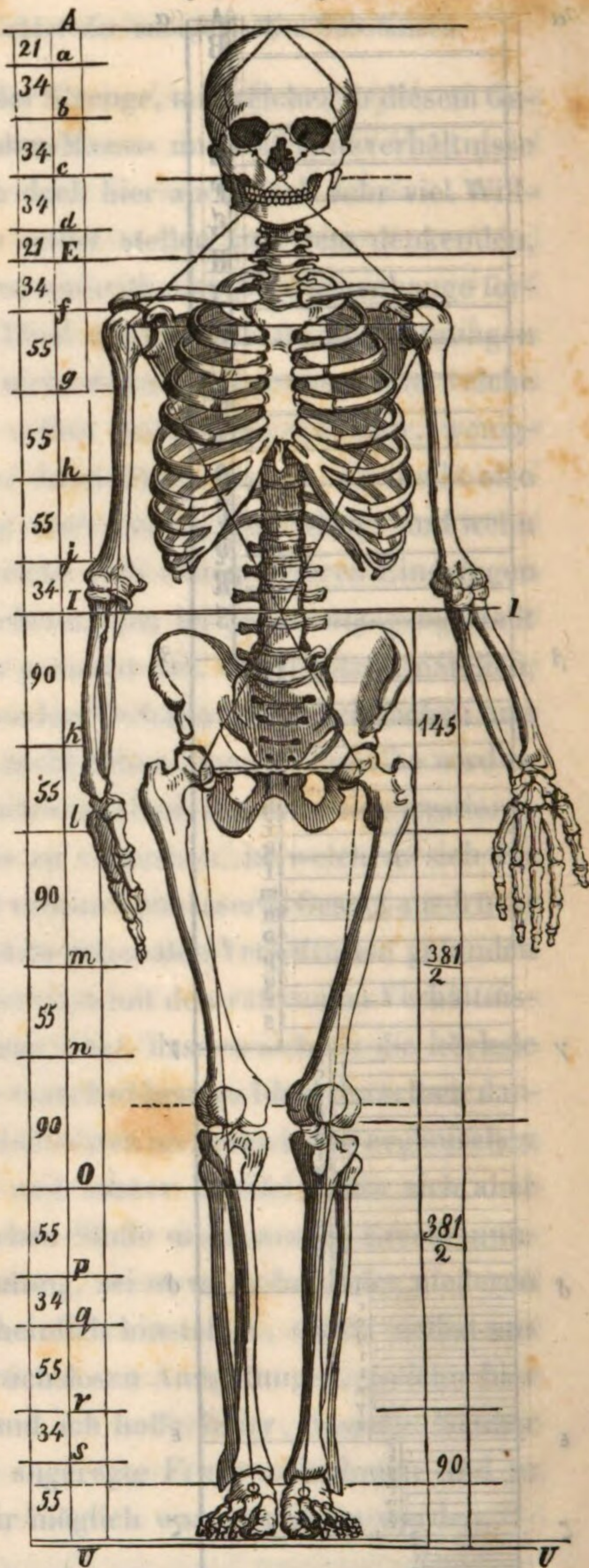


Fig. 3. Zu § 17 u. 27.

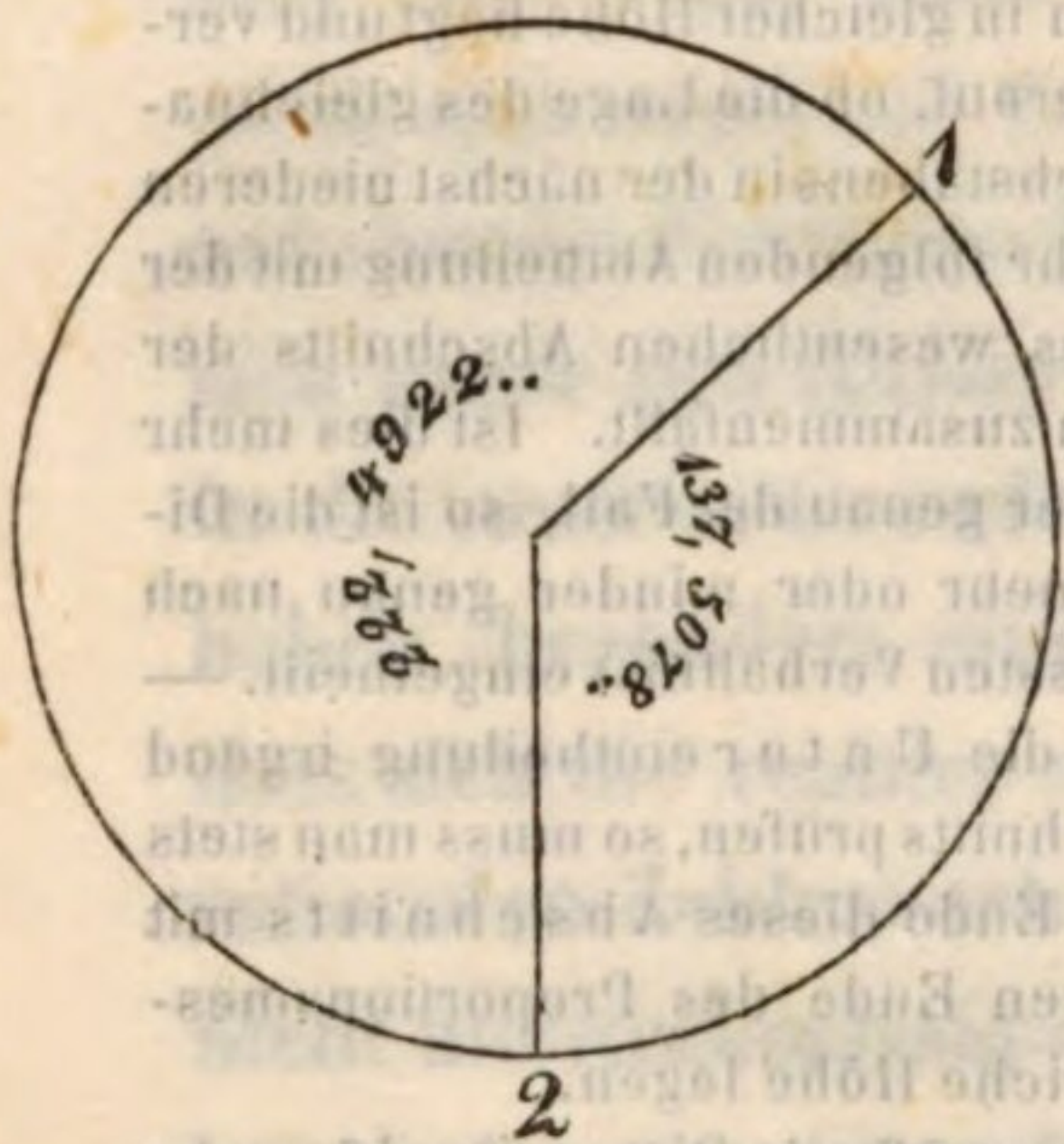


Fig. 4. Zu § 21.

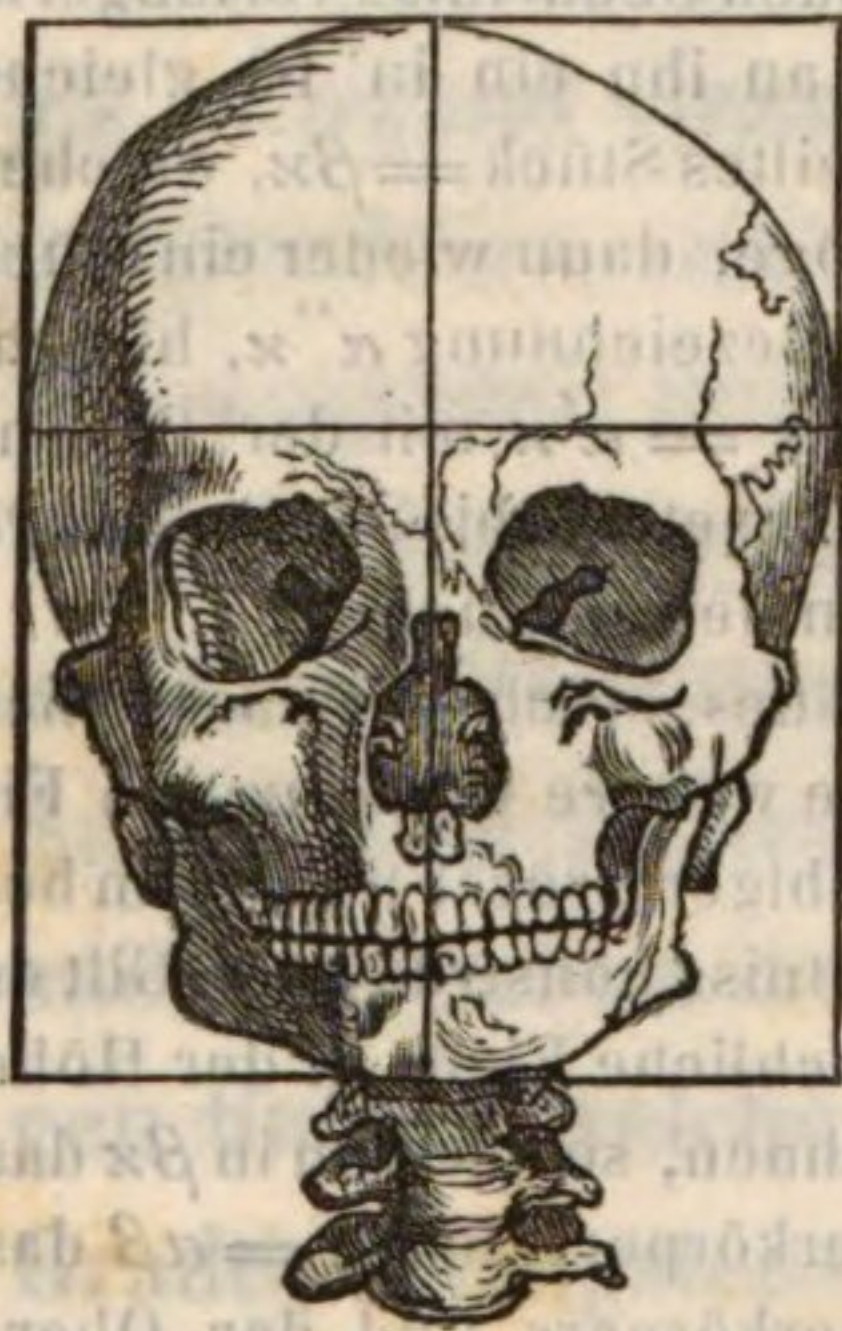


Fig. 5. Zu § 44.



182

Ms 1.16

Zeising, Adolf,

Das Normalverhältniss der chemischen und morphologischen Proportionen

Leipzig 1856

Anthr. 154 c

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10255662-1